נוסחאון מתמטיקה

4 יחידות לימוד

אלגברה

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ $\qquad$ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ $\qquad$ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$

משוואה ריבועית: $(a \neq 0) \;\; ax^2 + bx + c = 0$ $\qquad$ השורשים: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

סדרות:

	סדרה חשבונית	סדרה הנדסית
כלל נסיגה:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
איבר n־י:	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
סכום:	$S_n = \dfrac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \dfrac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$	$S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ סכום אין־סופי: $S = \dfrac{a_1}{1-q}$

חזקות:

$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad , \quad \dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad , \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad , \quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x} \quad , \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

$(b \neq 0 \quad a \neq 0)$

גדילה ודעיכה: כעבור זמן t : $M_t = M_0 \cdot q^t$, q — שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

לוגריתמים:

$\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b} \quad , \quad a^{\log_a b} = b \quad , \quad \log_a(a^b) = b$

$\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b \quad , \quad \log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c \quad , \quad \log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$(a, b, c > 0 \;\; ; \;\; a, b \neq 1)$

גאומטריה אנליטית:

שיפוע, m , של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו־ (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx+b$ עם שיפוע m , העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי נקודת האמצע $M(x_M, y_M)$ של קטע
שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$ ו־ $B(x_2, y_2)$: $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו־ $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1 ו־ m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם $m_1 \cdot m_2 = -1$

משוואת מעגל שמרכזו (a, b) ורדיוסו R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

הסתברות

נוסחת ברנולי — ההסתברות ל־k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר
ההסתברות להצלחה היא p: $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$, $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$

הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ נוסחת בייס: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

טריגונומטריה

זהויות:

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R — רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין a ל־ b)

אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha R$ שטח גִזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2}\alpha R^2$

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל־ c)

גופים במרחב

מנסרה ישרה וגליל ישר: נפח: $V = B \cdot h$ (B — שטח הבסיס, h — גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = P \cdot h$ (P — היקף הבסיס, h — גובה הגוף)

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B — שטח הבסיס, h — גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R — רדיוס העיגול, ℓ — הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$(x^t)' = t x^{t-1}$ $\quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\quad (\cos x)' = -\sin x$ $\quad (\sin x)' = \cos x$

$(a^x)' = a^x \cdot \ell n a$ $\quad (\ell og_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ell n a}$ $\quad (\ell n x)' = \frac{1}{x}$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) g(x) - f(x) g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו־ $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

אינטגרלים: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ $(t \neq -1)$ $\quad \int \frac{1}{x} dx = \ell n |x| + C$

אם F(x) היא פונקציה קדומה של הפונקציה f(x) , אז: $\int f(mx+b)\,dx = \frac{1}{m} F(mx+b) + C$