עבודת קיץ לעולים לכיתה יא תשפ"ב ורשימת תרגול למבחן שכבתי ב- 12.9.2021

התרגילים הבאים מהוים רשימת תרגול למבחן השכבתי שיתקיים ב-12.9.2021 (בתחילת כיתה יא'). הרשימה מסכמת את החומר שנלמד במהלך שנה"ל תשפ"א.

מתוך רשימת התרגול יש להגיש את התרגילים המסומנים ב-(*), והם מהווים את עבודת הקיץ.

את העבודה יש להגיש למורה למתמטיקה ביום המבחן. עבודה שלמה ומלאה תזכה בבונוס של 5 נקודות במבחן.

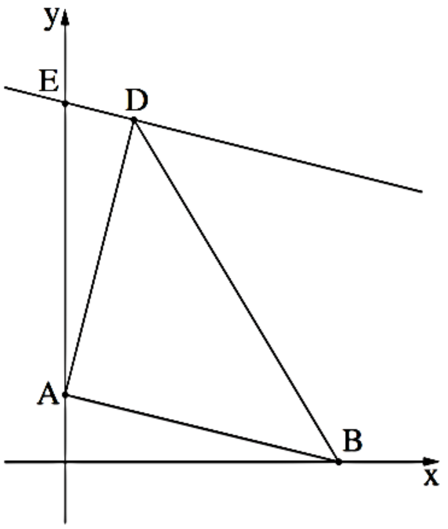
גיאומטריה אנליטית:

1. בסרטוט שלפניך מתואר משולש ABD.

נתון: הקודקוד A נמצא על ציר ה־ y

והקודקוד B נמצא על ציר ה־ x.

משוואת הצלע AB היא $y=-\frac{1}{4}x+2$.



א. מצא את אורך הצלע AB.

נתון: $AB=AD$.

הקודקוד D נמצא ברביע הראשון, ושיעור ה־ x שלו הוא 2.

ב. **(1)** מצא את שיעור ה־ y של הקודקוד D.

(2) הוכח כי AD מאונך ל־ AB.

דרך נקודה D העבירו ישר המקביל לצלע AB.

הישר חותך את ציר ה־ y בנקודה E.

ג. מצא את ~~משוואת~~ מרכז המעגל החוסם את המשולש AED.

א. $\sqrt{68}$

ב. (1) 10

(2) הוכחה

ג. $(0, 6.25)$

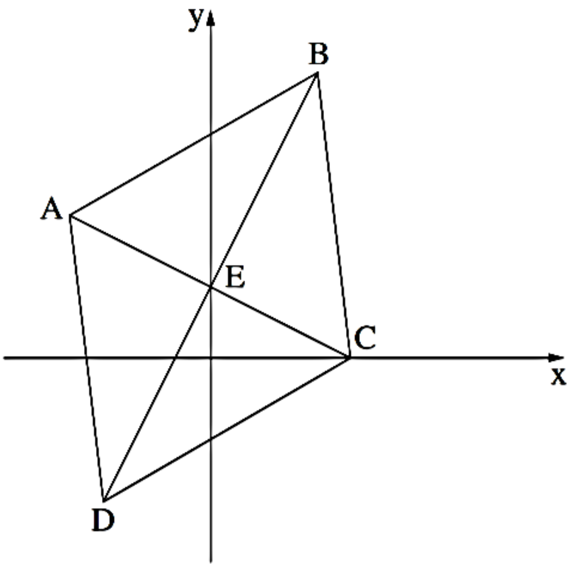
(*) **2.** המרובע $ABCD$ המתואר בציור שלפניך הוא מעוין.

הנקודה B נמצאת ברביע הראשון.

אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E הנמצאת על ציר ה־ y.

נתון: $C(4,0)$;

שיפוע הישר BD הוא 2.



א. **(1)** מצא את שיעורי הנקודה E.

(2) מצא את משוואת הישר BD.

נתון: שטח המשולש BEC הוא 15.

ב. **(1)** מצא את אורך הקטע BE.

(2) מצא את שיעורי הנקודה B.

א. (1) $E(0,2)$

(2) $y=2x+2$

ב. (1) $\frac{30}{\sqrt{20}}=3\sqrt{5}$

(2) $B(3,8)$

3. במשולש ABC קודקודי המשולש B ו־ C מונחים על ציר ה־ y , כמתואר בציור.

משוואת הישר CA היא $y = 5$ ומשוואת הישר BA היא $y = 2x - 3$.

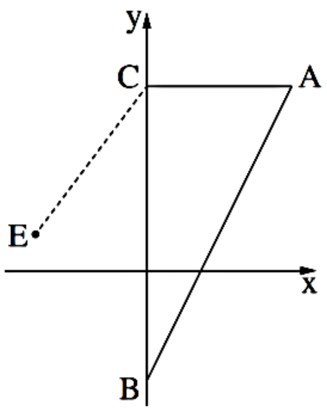
א. מצא את שיעורי הנקודות C , B ו־ A .

נתון כי הנקודה E נמצאת ברביע השני וכי שיעור ה־ y שלה הוא 1 .

אורך הקטע CE הוא 5 .

ב. מצא את שיעור ה־ x של הנקודה E .

[redacted]



א. $A(4,5)$, $B(0,-3)$, $C(0,5)$.

ב. $x_E = -3$.

4. נתון משולש ABC .

הקודקודים B ו־ C מונחים על ציר ה־ x , כמתואר בציור שלפניך.

הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.

משוואת הצלע AC היא: $y = -4\frac{1}{2}x + 36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5 .

א. מצא את שיעורי הנקודות C ו־ B .

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

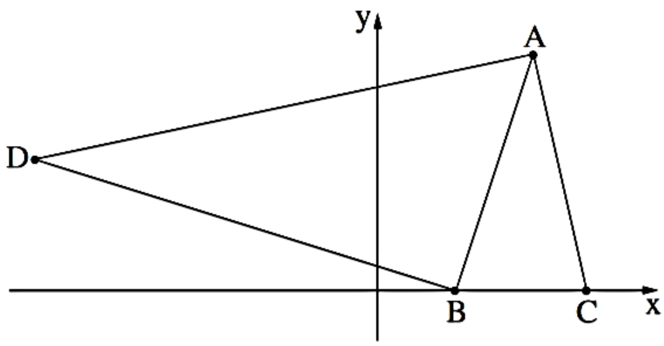
ב. מצא את שיעורי הנקודה A .

D היא נקודה ברביע השני כך ש־ DB מאונך ל־ AB .

ג. מצא את משוואת הישר BD .

נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה D הוא -12 .

ד. **(1)** הוכח כי $\sphericalangle DAC = 90^o$.



א. $B(3,0)$, $C(8,0)$.

ב. $A(6,9)$.

ג. $y = -\frac{1}{3}x + 1$.

ד. (1) הוכחה.

<u>חשבון דיפרנציאלי:</u>

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}$.

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים.
(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

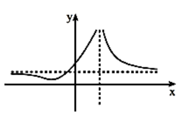
א. (1) $x = 3$, $y = 1$.

(2) $(0;1\frac{1}{3})$.

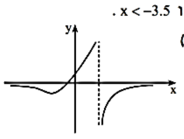
(3) עלייה: $-3.5 < x < 3$;

ירידה: $x > 3$ או $x < -3.5$.

(4)



ב. (1) $x = 3$, $y = 0$. (2)

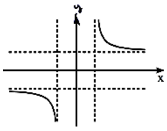


6. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-15}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
ג. על סמך סעיפים א' ו-ב' שרטט סקיצה של גרף הפונקציה,
אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל התחום שבו היא מוגדרת.

א. $x>\sqrt{15}$ או $x<-\sqrt{15}$.
ב. $x=\sqrt{15}$, $x=-\sqrt{15}$, $y=1$, $y=-1$.
[redacted]

ג.



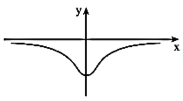
(*) **7.** נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-a}{x^2+3a}-1$. a הוא פרמטר, $a>0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):
(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה.
[redacted]
(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
(5) אסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ג. הסבר את השינויים בגרף הפונקציה $f(x)$ עבור $a<0$
לעומת גרף הפונקציה עבור $a>0$:
(1) בתחום ההגדרה של הפונקציה.

ןןןןקק

א. (1) כל x .
(2) עלייה: $x>0$; ירידה: $x<0$.
[redacted] . (4) $(0;-1\frac{1}{3})$.
(5) $y=0$.

ב.



ג. (1) $x\neq\sqrt{-3a}$, $x\neq-\sqrt{-3a}$. [redacted]

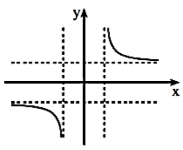
(*) **8.** נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}$. a הוא פרמטר שונה מאפס.

א. עבור $a>0$ מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):
(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
(3) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a>0$.
ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-a$, $a>0$.
(1) מה הן האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$?
(הבע באמצעות a במידת הצורך).
(2) מה הם הערכים שהפונקציה $g(x)$ יכולה לקבל?
(הבע באמצעות a במידת הצורך).

א. (1) $x>a$ או $x<-a$. (2) $x=a$, $x=-a$, $y=a$, $y=-a$.

(3) עלייה: אף x ; ירידה: $x>a$ או $x<-a$. (4) אין חיתוך עם הצירים.

ב. עבור $a>0$:

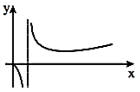


ג. (1) $x=a$, $x=-a$, $y=0$, $y=-2a$. (2) $g(x)>0$ או $g(x)<-2a$.

9. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{\sqrt{2x-2}}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

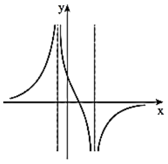
ב. נתונה הפונקציה $g(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של $f(x)$.
הנגזרת של $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)\cdot f'(x)$.
מצא את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$. נמק.

א. (1) $x\ge 0$, $x\ne 2$. (2) $x=2$. (3) $(0;0)$. (5)

(4) $(0;0)$ מקסימום, $(8;4)$ מינימום.
ב. $2<x<8$.

10. א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רציונלית המקיימת:
- לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות: $x=4$, $x=-1$, $y=0$.
- הפונקציה מוגדרת לכל $x\ne -1$ ו- $x\ne 4$.
- $f(0)>0$
- $f(1.5)=0$
- $f'(x)<0$ רק עבור $-1<x<4$
- $f(x)<0$ עבור $x>4$ ו- $f(x)>0$ עבור $x<-1$.

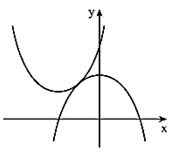
(1) על פי הנתונים שבסעיף זה, סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.
(2) על פי הגרף שסרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון בתחום $-1<x<4$, וקבע את סוגה. נמק.
אין צורך למצוא את השיעורים של נקודת הקיצון.

ב. נתון גם כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת $f(x)=\frac{3a-3bx}{(x^2-ax-4)^2}$.
a ו- b הם פרמטרים. מצא את הפונקציה $f(x)$.

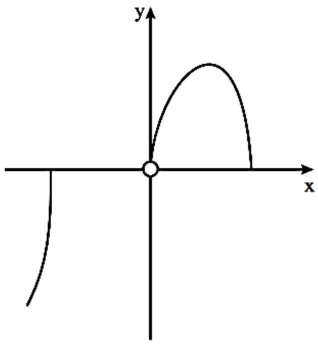
א. (1)

(2) קיימת נקודת קיצון מסוג מקסימום.
ב. $f(x)=\frac{9-6x}{(x^2-3x-4)^2}$.

(*) **11.** נתונות שתי פונקציות: $f(x)=x^2+4x+b$
$g(x)=-x^2+c$
b ו- c הם פרמטרים גדולים מ- 0 .
לגרפים של שתי הפונקציות יש משיק משותף בנקודה משותפת P .
א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה P .
ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי $b>4$.

הישר $x=a$ חותך את המשיק המשותף בנקודה D , את הגרף של $f(x)$ בנקודה A ואת הגרף של $g(x)$ בנקודה B (D , A ו- B הן שלוש נקודות שונות).
ג. הראה כי הישר PD הוא תיכון במשולש PAB .

א. $(-1;b-3)$. ב.


12. בציור שלפניך מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{12x^3-x^5}}{x}$,
שתחום ההגדרה שלה הוא $0<x\le 2\sqrt{3}$, $x\le -2\sqrt{3}$.

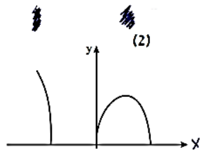


א. הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בדיוק.
מצא את תחום הערכים של k .

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\sqrt{12x-x^3}$,
שתחום ההגדרה שלה הוא $0\le x\le 2\sqrt{3}$, $x\le -2\sqrt{3}$.
(1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
(3) עבור הערכים של k שמצאת בסעיף א', מצא בכמה נקודות חותך הישר $y=k$ את גרף הפונקציה $g(x)$.

א. $0\le k<4$.
ב. (1) עלייה: $0<x<2$;
ירידה: $2<x<2\sqrt{3}$ או $x<-2\sqrt{3}$.

(2)



(3) ב- 3 נקודות.

13. נתונות הפונקציות $f(x)=\sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$

$g(x)=\frac{1}{\sqrt{3x^2+2}}$

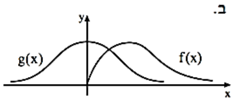
א. מצא עבור כל אחת מהפונקציות:
(1) את תחום ההגדרה.
(2) את האסימפטוטות המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) את השיעורים של נקודות הקיצון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה אחת בלבד.

ג. נתונה הפונקציה $h(x)=g(x)-k$, $k>0$.
עבור אילו ערכים של k אין לפונקציה $h(x)$ נקודות חיתוך עם הפונקציה $f(x)$? נמק.

א. (1) $f(x)$: $x\ge 0$, $g(x)$: כל x .
(2) $f(x)$: $y=0$, $g(x)$: $y=0$.
(3) $f(x)$: $(0;0)$ מינימום,
$\left(1;\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ מקסימום.
$g(x)$: $\left(0;\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ מקסימום.
ג. $k>\frac{1}{\sqrt{2}}$.

ב.



14. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{3}x^3-a^2x+a^2$, a הוא פרמטר גדול מ- 0 .

א. הראה כי המקסימום של הפונקציה מתקבל בנקודה שבה $y>0$.

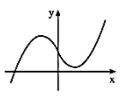
ב. מצא עבור איזה ערך/איזה תחום ערכים של a נקודת המינימום של הפונקציה:
(1) נמצאת על ציר ה- x .
(2) נמצאת מעל ציר ה- x .
(3) נמצאת מתחת לציר ה- x .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל אחד משלושת המקרים שבסעיף ב.

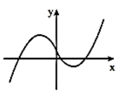
ד. כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{1}{3}x^3-x+1=0$? נמק.

א. שיעור ה- y בנקודת המקסימום הוא $\frac{2}{3}a^3+a^2$.
מאחר ו- $a>0$ שיעור ה- y הוא חיובי.
ב. (1) $a=1.5$. (2) $0<a<1.5$. (3) $a>1.5$.
ג. עבור $a=1.5$:

עבור $0<a<1.5$:



עבור $a>1.5$:

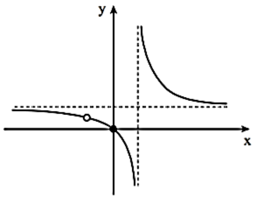


ד. פתרון אחד.

(*)

15. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{ax^2+4x}{x^2+3x+b}$.
a ו- b הם פרמטרים.
נתון: $x=1$, $y=1$ הן אסימפטוטות של הפונקציה.
א. מצא את a ואת b .
ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
(3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים (מלבד $x=1$ ו- $y=1$)? הסבר.
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)|=-f(x)$. נמק.

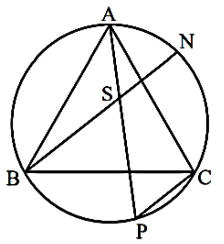
א. $a=1$, $b=-4$.
ב. (1) $x\neq-4$, $x\neq1$.
(2) $(0;0)$.
(3) אין. יש "חור" ב- $\left(-4;\frac{4}{5}\right)$.
(4) ירידה: $x<-4$ או $-4<x<1$ או $1<x$
עלייה: אין.
ג.



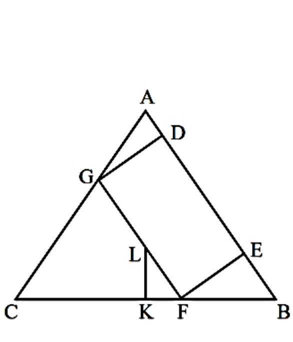
ד. $0\leq x<1$.

גיאומטריה אוקלידית:

16. ABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל.
N ו- P הן נקודות על המעגל.
BN ו- AP נפגשים בנקודה S (ראה ציור).
נתון: $PC\parallel BN$. הוכח כי:
א. המשולש BSP הוא שווה-צלעות.
ב. המרובע SPCN הוא מקבילית.
ג. $AN=PC$.



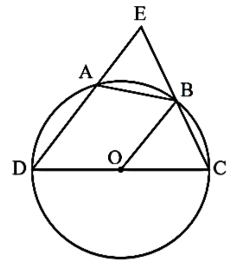
17. במשולש שווה-שוקיים ABC $(AC=AB)$
חסום מלבן GFED כך שהקדקודים D ו- E
מונחים על הצלע AB , והקדקודים F ו- G
מונחים על הצלעות BC ו- CA בהתאמה.
נקודה L , הנמצאת על צלע המלבן GF ,
היא מפגש התיכונים במשולש ABC .
דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC ,
החותך את BC בנקודה K (ראה ציור).
א. הוכח: $\Delta KAB\sim\Delta KLF\sim\Delta EFB$.



אם נתון: $BC=18$ ס"מ , $AB=15$ ס"מ ,
חשב:
ב. את אורך הקטע KF . נמק.
ג. את אורך הקטע FE . נמק.

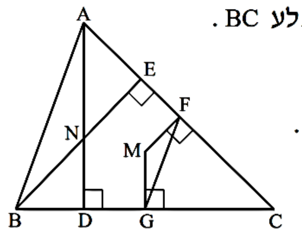
ב. 3 ס"מ. ג. 4.8 ס"מ.

.18 במעגל שמרכזו O חסום מרובע ABCD.
DC הוא קוטר. המשכי הצלעות DA
ו- CB נפגשים בנקודה E (ראה ציור).
נתון: $OB \parallel DE$, $\sphericalangle BOC = \alpha$.
א. הבע באמצעות α את $\sphericalangle ABO$.
ב. נתון כי שטח המשולש OBC שווה לשטח
המשולש BEA.
הוכח כי $\Delta OBC \cong \Delta BEA$.



א. $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

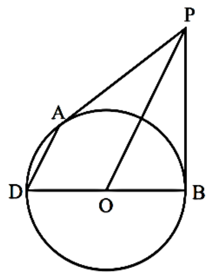
.19 נתון משולש ABC חד-זוויות.
BE הוא גובה לצלע AC , ו- AD הוא גובה לצלע BC.
הגבהים נפגשים בנקודה N.
FM הוא אנך אמצעי לצלע AC ,
ו- GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).
א. הוכח: (1) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle GFC$.
(2) $\sphericalangle ABN = \sphericalangle MFG$.
(3) $\Delta ANB \sim \Delta GMF$.



ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

ב. 2

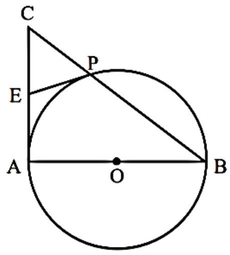
.20 PA ו- PB משיקים למעגל שמרכזו O.
המשך BO חותך את המעגל בנקודה D
(ראה ציור).
א. הוכח: $PO \parallel AD$.



הנקודה C נמצאת על הקוטר DB כך ש- $AC \perp DB$.
ב. הוכח: $\Delta ADC \sim \Delta POB$.

PD חותך את AC בנקודה E.
ג. הוכח: $\Delta DEC \sim \Delta DPB$.
ד. הוכח: $AC = 2EC$.

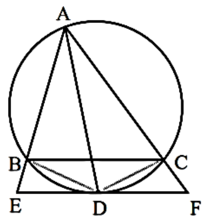
(*) **.21** במשולש ישר-זווית CAB ($\sphericalangle CAB = 90^\circ$)
הניצב AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
היתר BC חותך את המעגל גם בנקודה P.
המשיק למעגל בנקודה P חותך את הניצב
CA בנקודה E (ראה ציור).
א. הוכח כי $CE = EA$.



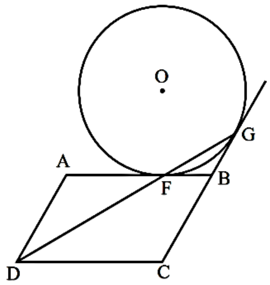
ב. אם נתון כי $\frac{CP}{EA} = \frac{2}{3}$, וכי שטח המשולש CPE
הוא 2 סמ"ר, מצא את שטח המשולש PAB. נמק.

ב. 32 סמ"ר.

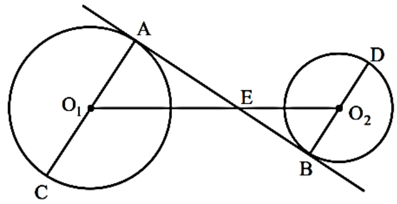
(*) **.22** נתון כי במשולש AEF חוצה-זווית EAF הוא AD.
D היא נקודת ההשקה של הצלע EF למעגל ,
החותך את הצלעות AE ו- AF בנקודות B ו- C
בהתאמה. המעגל עובר גם דרך קדקוד A
(ראה ציור).
הוכח: א. $BC \parallel EF$.
ב. $\Delta ABD \sim \Delta DCF$.
ג. $AD \cdot BD = DF \cdot AB$.



.23 נתונה מקבילית ABCD.
הצלע AB משיקה למעגל שמרכזו O
בנקודה F. המשך הצלע CB משיק
למעגל בנקודה G (ראה ציור).
נתון: $AF = AD$.
א. הוכח כי הנקודה F נמצאת על הישר DG.
ב. נתון גם: $BO = BC$, $FC \perp DC$.
(1) הוכח כי $OF = FC$.
(2) הוכח כי $FB = \frac{1}{2}BO$.

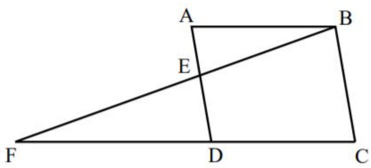


.24 AC הוא קוטר במעגל שמרכזו O_1.
BD הוא קוטר במעגל שמרכזו O_2.
ישר משיק למעגלים O_1 ו- O_2
בנקודות A ו- B בהתאמה.
המשיק חותך את קטע המרכזים
O_1O_2 בנקודה E (ראה ציור).
נתון: רדיוס המעגל O_1 הוא 30 ס"מ,
רדיוס המעגל O_2 הוא 20 ס"מ,
אורך קטע המרכזים O_1O_2 הוא 90 ס"מ.
א. (1) מצא את היחס $\frac{O_1E}{O_1C}$. נמק.
(2) הוכח כי $\Delta EO_1C \sim \Delta EO_2D$.
ב. הוכח כי הנקודה E נמצאת על הישר CD.



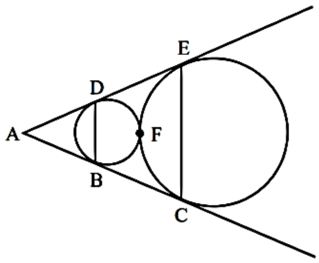
א. (1) $\frac{9}{5}$

(*) **.25** במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת
על הצלע AD. המשך BE חותך
את המשך CD בנקודה F (ראה ציור).
נתון: שטח המשולש ABE
הוא 27 סמ"ר.
שטח המשולש DFE הוא 48 סמ"ר.
א. מצא את שטח המשולש BED.
ב. נתון גם כי המרובע BCDE הוא בר חסימה במעגל.
מצא את היחס $\frac{AB}{EF}$.



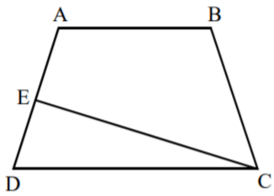
א. 36 סמ"ר. ב. $\frac{AB}{EF} = \frac{3}{4}$

(*) **.26** נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס שונה,
המשיקים זה לזה מבחוץ בנקודה F.
AC משיק לשני המעגלים
בנקודות B ו- C,
AE משיק לשני המעגלים
בנקודות D ו- E,
כמתואר בציור.
א. הוכח שהמרובע BDEC
הוא טרפז שווה שוקיים.
ב. המשיק המשותף למעגלים עובר בנקודה F חותך את שוקי הטרפז,
BC ו- DE, בנקודות G ו- H בהתאמה.
הוכח: GH הוא קטע אמצעים בטרפז.
ג. נסמן ב- R את רדיוס המעגל הגדול וב- r את רדיוס המעגל הקטן.
הוכח כי $R \cdot BD = r \cdot CE$.



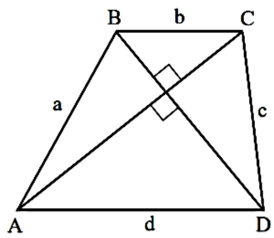
טריגונומטריה במישור:

27. בטרפז שווה-שוקיים ABCD הזווית שליד הבסיס הגדול היא α.
E היא נקודה על השוק AD כך ש- $\sphericalangle ECD=\beta$ (ראה ציור).
נתון כי אורך השוק של הטרפז שווה לאורך הבסיס הקטן AB.
א. הבע באמצעות α ו- β את היחס
בין שטח המשולש DEC לשטח
המשולש BDC $\left(\frac{S_{\Delta DEC}}{S_{\Delta BDC}}\right)$.
ב. נתון: $\sphericalangle AEC=90^\circ$, אורך האלכסון הטרפז
גדול פי 1.5 מאורך הבסיס הקטן AB.
חשב את היחס $\frac{S_{\Delta DEC}}{S_{\Delta BDC}}$.



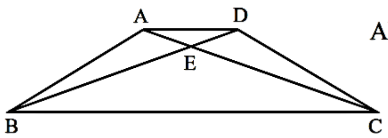
א. $\frac{\sin 1\frac{1}{2}\alpha\sin\beta}{\sin\frac{\alpha}{2}\sin(\alpha+\beta)}=\frac{(1+2\cos\alpha)\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$. ב. 0.1562.

28. בטרפז ABCD $(AD\parallel BC)$ נתון: $AC\perp BD$,
$CD=c$, $BC=b$, $AB=a$, $AD=d$, $(d>b)$.
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O.
א. הוכח: $a^2+c^2=b^2+d^2$.
ב. דרך קדקוד B מעבירים ישר
המקביל לשוק CD. הישר חותך
את הבסיס AD בנקודה M.
נתון: $\sphericalangle ABM=\alpha$. הוכח: $\cos\alpha=\frac{bd}{ac}$.
ג. הבע באמצעות d, b ו- α: (1) את שטח המשולש ABM.
(2) את שטח הטרפז ABCD.



ג. (1) $\frac{bd\tan\alpha}{2}$. (2) $\frac{bd(d+b)\tan\alpha}{2(d-b)}$

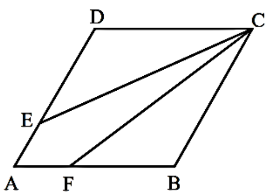
29. בציור שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD $(AD\parallel BC)$.
נתון: $\sphericalangle CAD=\alpha$, $\sphericalangle BDC=\beta$.
א. הוכח: היחס בין שטח המשולש AED
לשטח המשולש BEC
הוא $\frac{\sin^2(2\alpha+\beta)}{\sin^2\beta}=\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}}$.



ב. נתון גם: $\alpha=30^\circ$, $\sqrt{\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}}}=\frac{1}{4}$. מצא את β.

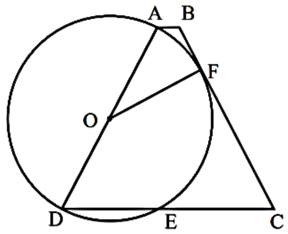
ב. $\beta=106.1^\circ$.

30. **(*)** נתון מעוין ABCD. E ו- F הן נקודות
על הצלעות AD ו- AB בהתאמה
כך ש- $AE=AF$ ו- $FB=2AF$.
נתון כי $\sphericalangle DCB=60^\circ$.
א. מצא את גודל הזווית FCB.
ב. נתון כי אורך האלכסון AC הוא b.
הבע באמצעות b את היקף המרובע AECF.



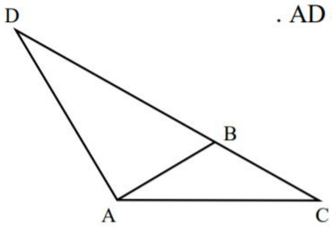
א. 23.41°. ב. 2.063b

31. נתון טרפז שווה-שוקיים $ABCD$ $(AD=BC)$.
השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O.
השוק BC משיקה למעגל בנקודה F.
המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E
(ראה ציור). נתון: $\sphericalangle BCD=\alpha$.
א. הבע באמצעות α את גודל הזווית FOD.
ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית ODF.
(2) הבע באמצעות α את היחס $\frac{DE}{DC}$.



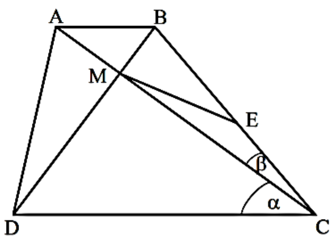
א. $270^\circ-2\alpha$. ב. (1) $\alpha-45^\circ$. (2) $\frac{\sin 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin(135^\circ-\alpha)\sin(\alpha+45^\circ)}$

32. נתון משולש שווה-שוקיים ADC שבו $AD=AC$.
נקודה B נמצאת על הצלע DC
כך ש- $AB=BC$ ו- $DC=3BC$ (ראה ציור).
א. מצא את גודל הזוויות במשולש ADC.
ב. נתון גם כי שטח המשולש ADC
הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.
BT הוא גובה לצלע AC במשולש ABC.
מצא את האורך של הקטע DT.



א. 30°, 30°, 120°. ב. 10.58 ס"מ $=4\sqrt{7}$ ס"מ

(*) **33.** אלכסוני הטרפז $ABCD$ מאונכים זה לזה
ונפגשים בנקודה M.
E היא אמצע השוק BC (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle ACD=\alpha$, $\sphericalangle ACB=\beta$, $DC=a$.
א. הבע באמצעות a, α ו- β
את האורך של ME.

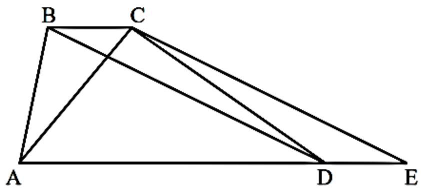


נתון: $\frac{\tan\beta}{\tan\alpha}=\frac{1}{3}$, 6.6 ס"מ $=a$.
ב. מצא את האורך של AB.

נתון גם: 1.3 ס"מ $=BM$.
ג. מצא את הזווית DCB.

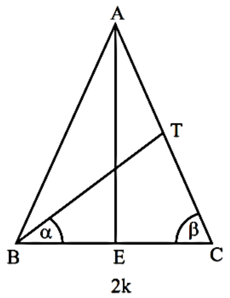
א. $ME=\frac{a\cos\alpha}{2\cos\beta}$. ב. 2.2 ס"מ $=AB$

(*) **34.** נתון טרפז $ABCD$ $(BC\parallel AD)$.
הנקודה E נמצאת על המשך AD
כך ש- $CE\parallel BD$ (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle CAD=2\sphericalangle DBC$,
$DB=1.8AC$.
א. מצא את גודל הזווית CEA.
ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר.
מצא את גובה הטרפז.



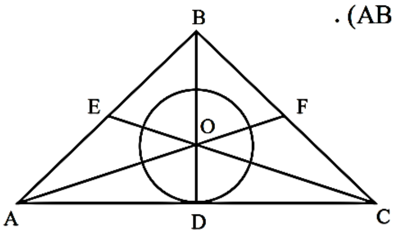
א. 25.84°. ב. 7.845 ס"מ.

(*) **35.** נתון משולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$.
AE הוא גובה לבסיס BC,
ו- BT הוא תיכון לשוק AC (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle ACB = \beta$, $\sphericalangle TBC = \alpha$, $BC = 2k$.
א. (1) הבע את האורך של TC
באמצעות k ו- β בלבד.
(2) היעזר בתת-סעיף א(1), והראה כי
$\sin(\alpha+\beta) = 4\sin\alpha\cdot\cos\beta$.
ב. נתון גם: TE = 5 ס"מ , k = 4 ס"מ.
(1) מצא את β. (2) מצא את α.



א. $TC = \frac{k}{2\cos\beta}$. ב. (1) $\beta = 66.42°$. (2) $\alpha = 37.37°$

36. ABC הוא משולש שווה-שוקיים $(AB = BC)$.
AF, CE ו- BD הם תיכונים במשולש.
הנחתכים בנקודה O (ראה ציור).
א. הוכח: $S_{\Delta BOE} = S_{\Delta COD}$.



מעגל שמרכזו O משיק לצלע AC
בנקודה D.
נתון כי שטח העיגול שווה לשטח המשולש AOC.
ב. חשב את גודל הזווית ACE.
ג. הבע את אורך הקטע OE באמצעות רדיוס המעגל.

ב. $\sphericalangle ACE = 17.66°$. ג. $OE = \frac{R\sqrt{1+\pi^2}}{2} = 1.648R$

משוואות וזהויות טריגונומטריות:

(*) **37.** פתרו את המשוואות הבאות- **__להגשה א.3, א.5, א.10, ב.5, ב.8, ב.10__:**

א.

3. $\sin 5x = \sqrt{3}\cos 5x$
4. $\sqrt{3}\tan^2 5x - 2\tan 5x - \sqrt{3} = 0$
5. $\sin(2x+60°) = \cos(x-30°)$
6. $(\sin x - 1)(\sin x - 4) = 1 + \cos^2 x$
7. $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$
8. $\tan x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$
9. $\cos(3x-50°) + \cos(x-30°) = 0$
10. $\sin 6x + \sin(3x-90°) = 0$
11. $4\cos^4 x - 5\cos^2 x + 1 = 0$
12. $2\cos 2x\cdot\sin^2 x + \sqrt{3}\sin x\cdot\cos 2x = 0$

[redacted]. [redacted]. 3) $12°+36°k$. 4) $12°+36°k$, $30°+36°k$.
5) $360°k$, $20°+120°k$. 6) $150°+360°k, 30°+360°k$. 7) $\pm 45°+180°k$ (בפתרון זה כלולים:
$135°+360°k$, $225°+360°k$). 8) $45°+180°k$, $180°k$. 9) $65°+90°k$, $-80°+180°k$.
10) $30°+120°k$, $10°+40°k$. 11) $180°+360°k$, $360°k$, $\pm 120°+360°k$, $\pm 60°+360°k$
(ניתן לכתוב גם: $180°k$, $\pm 60°+180°k$). 12) $240°+360°k$, $-60°+360°k$, $180°k$, $45°+90°k$.

ב.

1. $2\sin^2 2x = \sin 2x$
2. $2 + \cos 2x = 3\cos x$
3. $\cos 4x = 2\sin 2x\cdot\cos 2x$

[redacted]

5. $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 3x$
6. $\cos^2 3x - \sin^2 3x = \sin 3x$
7. $\sin 2x\cdot\tan x = 1 + \cos x$
8. $\sin 2x = 2\cos\frac{x}{2}\cdot\cos x$
9. $4\sin^2 x = \tan^2 x$
10. $\sin(x+60°) + \cos(x+30°) = \sin x$

1) $75°+90°k$, $15°+90°k$, $90°k$. 2) $\pm 60°+360°k$, $360°k$. 3) $11.25°+45°k$.
[redacted]. 5) $72°k$. 6) $10°+40°k$, $90°+120°k$.
7) $\pm 60°+360°k, 180°+360°k$. 8) $60°+720°k$, $300°+720°k$, $90°+180°k$, $180°+360°k$.
9) $\pm 60°+180°k, 180°k$. ניתן לכתוב גם: $\pm 120°+360°k$, $\pm 60°+360°k$, $180°k$. 10) $60°+180°k$.