

לקראת יוד 4 יח"ל תשפ"ז - חזרה על החומר

קיץ תשפ"ו

מטרת עבודת הקיץ, לסכם ולחזור על הנושאים שנלמדו בחטיבה. מקצוע המתמטיקה דורש תרגול מעמיק ורציף לאורך הלמידה, ולכן חשוב לשלוט ולהבין היטב את החומר שנלמד בכיתה ט'.

הנחיות להגשת עבודת הקיץ במתמטיקה

- בתחילת כל פתרון נא לכתוב את הנושא ואת מספר התרגיל.
- עדיף לפתור כל תרגיל בעמוד נפרד.
- הקפידו לפתור תרגילים משמאל לימין מלמעלה למטה באופן מסודר ולהדגיש תשובות סופיות.
- סדר התרגילים בהגשת העבודה יהיה לפי סדר הופעתם בעבודה.
- בשאלות הכוללות שרטוט - יש להעתיק את השרטוט.

יש להגיש את העבודה בשיעור מתמטיקה הראשון בשנה.

מאחלים לכם הצלחה רבה וחופשה נעימה

צוות מתמטיקה

שם התלמיד:

חלק א- אלגברה

א.1 משוואות

1. $x^2 - x = 0$
2. $x^2 - 36 = 0$
3. $x^2 + 4 = 0$
4. $x^2 - 6x - 40 = 0$
5. $x^2 + 15x = 0$
6. $x^2 - \frac{1}{4} = 0$
7. $2x^2 - 50 = 0$
8. $x^2 - 3x - 10 = 0$
9. $2x^2 = 4x$
10. $(x-3)^2 = 1$
11. $x^2 - 5x - 3 = (3-x)^2$
12. $(2x-1)^2 = (x+1)^2$
13. $\frac{x^2+1}{2} = 2x-1$
14. $2x-4 = \frac{(x-2)^2}{2}$
15. $\frac{1}{3x+1} = \frac{-2}{1-3x}$
16. $-\frac{3}{5x-7} = \frac{15x-15}{14-10x}$
17. $x^3 - 4x = 0$
18. $(x-2)(x+1)(x-3) = 0$
19. $-5x^2 + 2x + 24 = 0$
20. $(2x-5)^2 - (10-x)^2 = -3 \cdot (x+7)^2$
21. $\frac{6}{2x+5} - \frac{8x-11}{6x-15} = \frac{1}{3} - \frac{14x^2-20}{8x^2-50}$
22. $\frac{8}{(x+3)^2} - \frac{4}{x^2-9} = \frac{10}{x^2-9x+18}$
23. $2 - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = 7-2x$
24. $\frac{3x}{8} - 2 = \frac{x}{16} + \frac{1}{2}$
29. $\begin{cases} 2y^2 + 9x = 5 \\ x - y = -7 \end{cases}$
30. $\begin{cases} x^2 - 3y^2 - xy = 39 \\ y = \frac{x-5}{2} \end{cases}$
31. $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 5y^2 = 18 \\ x - y = 3 \end{cases}$
32. $\begin{cases} 4x^2 - 3y^2 = 11 \\ 2x^2 + 5y^2 = 53 \end{cases}$

תשובות

- | | | | |
|---------------|---------------------|--------------|---------------------------|
| 10, -4 (4 | אין פתרון (3 | 6, -6 (2 | 0, 1 (1 |
| 5, -2 (8 | 5, -5 (7 | 1/2, -1/2 (6 | 0, -1.5 (5 |
| 2, 0 (12 | 3 (11 | 2, 4 (10 | 2, 0 (9 |
| אין פתרון (16 | -1 (15 | 2, 6 (14 | 1, 3 (13 |
| -3, -4 (20 | 2.4, -2 (19 | 2, -1, 3 (18 | 0, 2, -2 (17 |
| x=8 (24 | x=5 (23 | 1, -21 (22 | 2, -20 (21 |
| | (33, 14) (7, 1) (30 | | (-15.5, -8.5) (-3, 4) (29 |
| | (±2, ±3) (32 | | (-4.5, -6.5) (3, 1) (31 |

א2. חזקות

חשבו ללא שימוש במחשבון

- | | |
|---|---|
| $6^2 \cdot 5^2$.2 | $3^{23} : 3^{20}$.1 |
| $\left(\frac{3}{5}\right)^2$.4 | $(12)^3 \cdot 2^3 - 4^2$.3 |
| $3 \cdot 2^{-3} + 2 \cdot 4^{-2}$.6 | $6^{-1} : 5^{-1}$.5 |
| $13^0 + 2^{-1}$.8 | $(2^{-3})^2$.7 |
| $(-5)^{-2} \cdot (-1)^3$.10 | $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$.9 |
| -4^{-3} .12 | $(-4)^{-3}$.11 |
| $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$.14 | $-(-5)^{-3}$.13 |
| $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$.16 | $\left(-\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.15 |

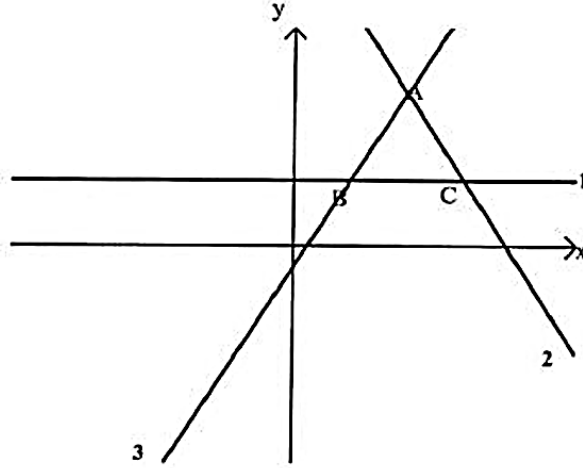
תשובות:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\frac{9}{25}$ (4) | 13808 (3) | 900 (2) | 27 (1) |
| 1.5 (8) | $\frac{1}{64}$ (7) | 0.5 (6) | $\frac{5}{6}$ (5) |
| $-\frac{1}{64}$ (12) | $-\frac{1}{64}$ (11) | $-\frac{1}{25}$ (10) | 25 (9) |
| $\frac{1}{27}$ (16) | 3 (15) | $\frac{1}{27}$ (14) | $\frac{1}{125}$ (13) |

חלק ב- פונקצות

ב.1. ישר ופרבולה

1. לפניכם שלושה גרפים החותכים זה את זה:



א. התאימו לכל תבנית גרף ונמקו:

- לתבנית $y = 2x - 1$ מתאים גרף מס' _____ נימוק: _____
- לתבנית $3y = 9$ מתאים גרף מס' _____ נימוק: _____
- לתבנית $6x + 3y = 45$ מתאים גרף מס' _____ נימוק: _____

ב. מצאו את שטח המשולש ABC.

ג. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה C ומקביל לישר AB.

ד. עבור אילו ערכים של b הישר $y = b$ יוצר עם שלושת הישרים הנתונים טרפז.

2. נתונה הפונקציה: $y = (x + 1)(x - 5)$

א. מצאו את קודקוד הפרבולה.

ב. באיזה תחום הפונקציה עולה?

ג. באיזה תחום הפונקציה חיובית?

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = -x + 2$

א. חשב את $f(-1)$.

ב. נתון $f(x) = 0.5$ מצא את x .

ג. מצא משוואת פונקציה קווית המקבילה לפונקציה הנתונה ועוברת דרך הנקודה $(-5, 3)$

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

4. א. מצא את משוואת הקו הישר העובר דרך הנקודות $(2, 7)$ ו- $(5, -2)$

ב. מצא משוואת ישר המקביל לישר שמצאת בא' ועובר דרך הראשית.

5. א. מצא משוואת הישר ששיפועו 5 ועובר דרך הנקודה $(4, 6)$.

ב. מצא את שטח המשולש הנוצר ע"י הישר שמצאת בסעיף א' והצירים.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 + 5x$

א. מהו ציר הסימטריה של הפונקציה?

ב. מצא את קודקוד הפרבולה.

ג. מצא נקודות עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

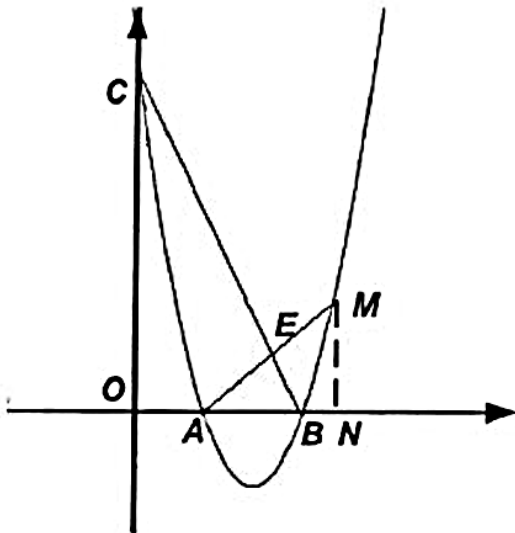
ה. מצא לאילו ערכי x הפונקציה

חיובית.

ו. מהו התחום בו הפונקציה יורדת?

ז. לאילו ערכי x מתקיים

$$f(x) = 3$$



7. משוואת הפרבולה שבשרטוט היא $f(x) = x^2 - 7x + 10$.

הנקודה M שייכת לפרבולה.

MN מאונך לציר x ואורכו 4 יחידות.

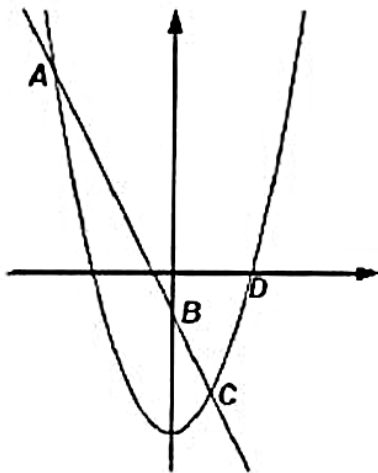
א. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, M, N .

ב. מצא את משוואות הישרים AM ו- BC .

ג. מצא את שיעורי הנקודה E .

ד. חשב את שטח המשולש ABE .

ה. מצא משוואת ישר אשר אינו חותך את הפרבולה. כמה ישרים כאלה קיימים?



8. בשרטוט גרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = -2x - 1 \quad \text{ו} \quad g(x) = x^2 - 4$$

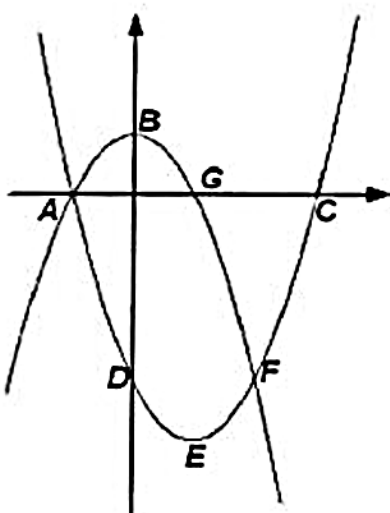
א. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D .

ב. מצא את משוואת הישר AD .

ג. מצא את התחום בו מתקיים: $g(x) > 0$.

ד. מצא את התחום בו מתקיים: $f(x) > g(x)$.

ה. מצא את התחום בו מתקיים: $f(x) > 0$.



9. בשרטוט גרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \quad \text{ו} \quad g(x) = -x^2 + 1$$

א. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, E, F, G .

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של כל פונקציה.

ג. מצא את התחום בו מתקיים: $f(x) > g(x)$.

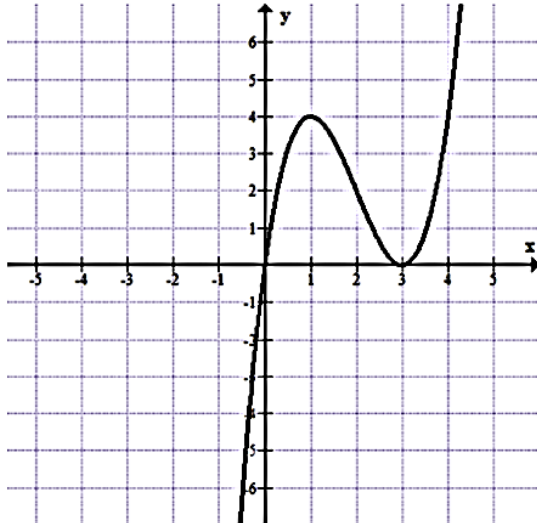
ד. מצא את התחום בו מתקיים: $g(x) > 0$.

ה. מצא את $f(0)$, $g(-1)$.

ב2. מגרף לתכונות וחזרה

שאלה 1

22. נתונה הפונקציה $f(x)$.



א. השלימו: $f(1) = \underline{\hspace{2cm}}$

ב. $f(x) = 4$ כאשר $x = \underline{\hspace{2cm}}$

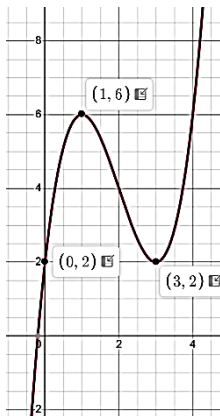
ג. רשמו את התחום בו $f(x) > 0$.

ד. מהן נקודות האפס של הפונקציה?

ה. רשמו את תחומי העלייה של הפונקציה.

ו. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$

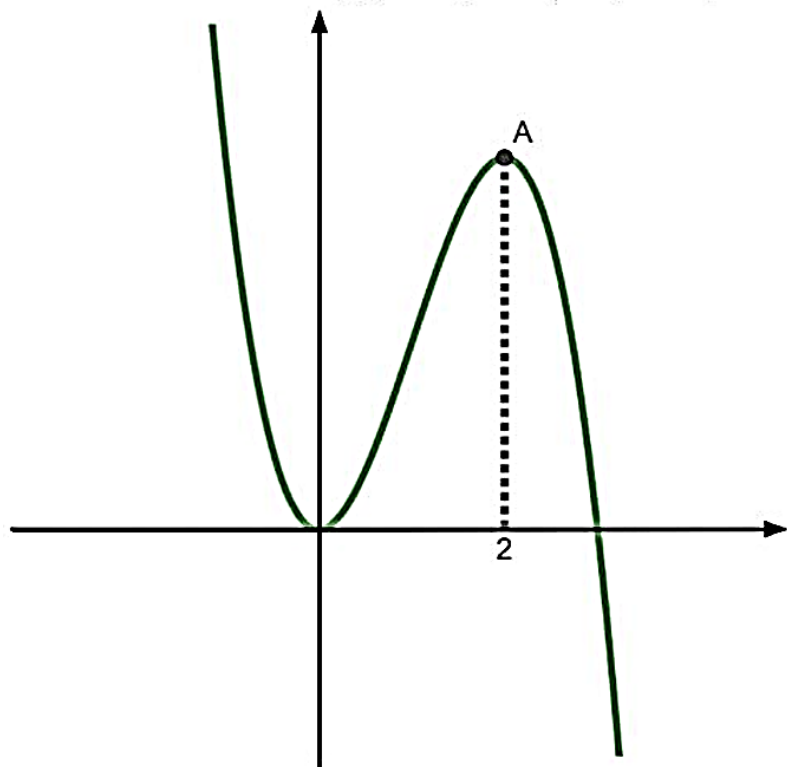
1. שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$.



תשובות

(א) 4 (ב) 1 או 4 (ג) $0 < x < 3$; $x < 3$ (ד) $(0,0)$, $(3,0)$ (ה) $x < 1$; $x > 3$ (ו)

נתון לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = x^2(3 - x)$

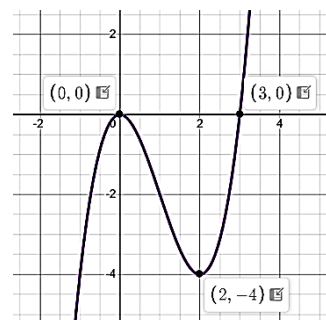


- מצאו נקודות חיתוך הפונקציה עם הצירים.
- הפונקציה מקבלת את הערך המקסימלי כאשר $x=2$. מצאו את שיעור נקודת המקסימום.
- מהם תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $k(x) = f(x) + c$. עבור איזה ערכי c לפונקציה 3 נקודות חיתוך עם ציר x ? נמקו.
- נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

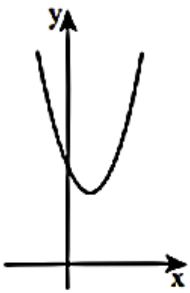
- שרטטו גרף הפונקציה $g(x)$.
- מהם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגם
- מהו תחום החיוביות של הפונקציה $g(x)$.

תשובות

- (א) $(0,0)$, $(3,0)$ (ב) $(2,4)$ (ג) עליה $0 < x < 2$, ירידה $x > 2$, $x < 0$ (ד) $0 < c < 4$
- (ה) $\min(2, -4)$, $\max(0,0)$, חיוביות $x < 0$, $x > 3$



שאלה 3

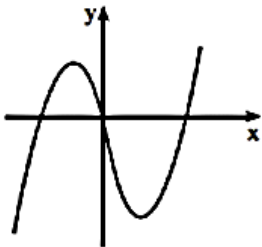


לפניכם גרף הפונקציה $y = (x-1)^2 + 4$.
 א. בכמה יחידות (והאם למעלה או למטה) יש להזיז את גרף הפונקציה $y = (x-1)^2$ כדי לקבל את הגרף של הפונקציה הנתונה?
 ב. השלימו: כדי לקבל את גרף הפונקציה הנתונה $y = (x-1)^2 + 4$, יש להזיז את גרף הפונקציה $y = x^2$ יחידות ימינה ו- יחידות למעלה.

תשובות

(א) 4 יחידות למעלה (ב) יחידה אחת ימינה, 4 יחידות למעלה

שאלה 4

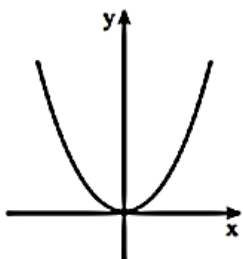


בציור שלפניכם מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
 נקודות הקיצון של הפונקציה (ראו ציור).
 הן: $(4; -12)$ מינימום, $(-1; 5)$ מקסימום.
 נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + k$.
 המרחק בין נקודת המקסימום של $f(x)$ לנקודת המקסימום של $g(x)$ הוא 3.
 א. מצאו את נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$.
 רשמו את שתי האפשרויות.
 ב. מצאו את נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$.
 כתבו את שתי האפשרויות.

תשובות

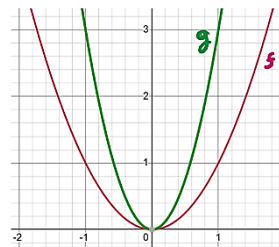
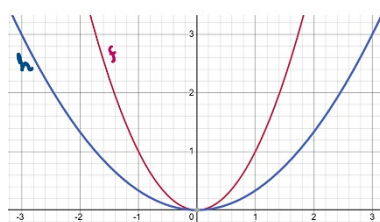
(א) (-1.8) או $(-1, 2)$ (ב) $(4, -9)$ או $(4, -15)$

שאלה 5



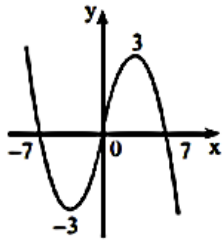
לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = x^2$.
 מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$, המקיימת $g(x) = 3 \cdot f(x)$.
 א. מהי המשוואה של הפונקציה $g(x)$?
 ב. הוסיפו למערכת הצירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. שרטטו במערכת צירים אחרת סקיצה של $f(x)$, ושל הפונקציה $h(x)$, המקיימת $h(x) = \frac{1}{3} \cdot f(x)$.

תשובות



(א) $g(x) = 3x^2$ (ב)

שאלה 6



לגרף הפונקציה $f(x)$, המתואר בציר, יש נקודות קיצון כאשר $x=3$ וכאשר $x=-3$, ונקודות חיתוך עם ציר ה- x כאשר $x=7$, $x=0$ ו- $x=-7$. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x)=f(x+4)$. א. מהם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ?

ב. רשמו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוג הקיצון.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

ה. דותן טוען שהזזה אופקית אינה משנה את נקודות האפס, ואת תחומי החיוביות והשליליות של פונקציה.

האם הוא צודק?

ו. רשמו את תחומי העליה והירידה של $g(x)$.

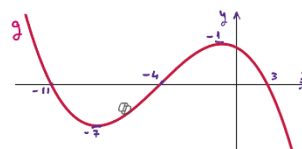
תשובות

(א) g היא הזזה 4 יחידות שמאלה של f , לכן שיעורי ה- x קטנים ב-4 ושיעורי ה- y לא משתנים: $(-11,0)$, $(-4,0)$, $(3,0)$

(ב) $\min x = -7$; $\max x = -1$ (ג)

(ד) חיוביות: $-4 < x < 3$, $x < -11$; שליליות: $x > 3$, $-11 < x < -4$; (ה) לא;

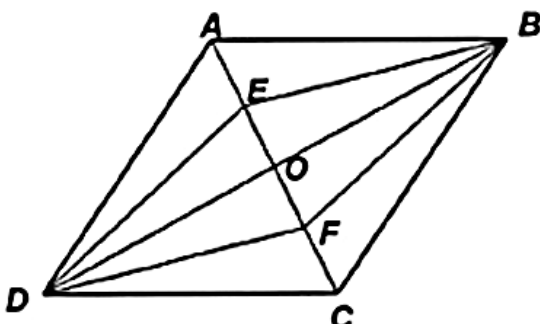
(ו) ירידה: $x > -1$, $x < -7$; עליה: $-7 < x < -1$



חלק ג- גיאומטריה

ג.1- גיאומטריה במישור

שאלה 1



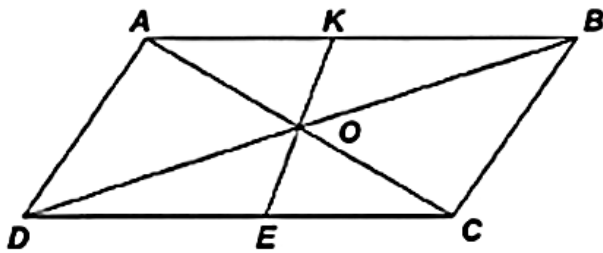
במעוין $ABCD$

BE ו- DF חוצים בהתאמה את

הזוויות $\angle ABD$ ו- $\angle CDO$

הוכח כי המרובע $BEDF$ הוא מעוין.

שאלה 2



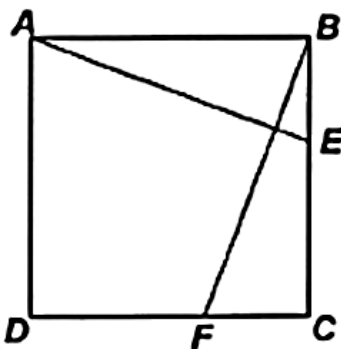
מרובע $ABCD$ הוא מקבילית. O נקודת מפגש האלכסונים. KE קטע העובר דרך O והמחבר את הצלעות הנגדיות.

נתון: $AK = 13$ ס"מ, $DE = 17$ ס"מ,
 $\angle DCA = 30^\circ$ $\angle DAC = 90^\circ$

חשב את היקף המקבילית.

תשובה: 90 ס"מ

שאלה 3



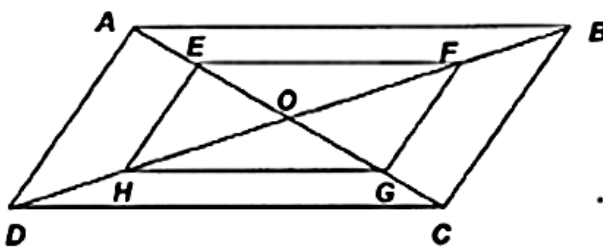
בריבוע $ABCD$ הנקודות E ו- F נמצאות על הצלעות BC ו- CD בהתאמה.

נתון: $BF = AE$

א. הוכח כי $\angle BAE = \angle CBF$

ב. הוכח $AE \perp BF$.

שאלה 4



מרובע $ABCD$ הוא מקבילית.

O נקודת מפגש האלכסונים.

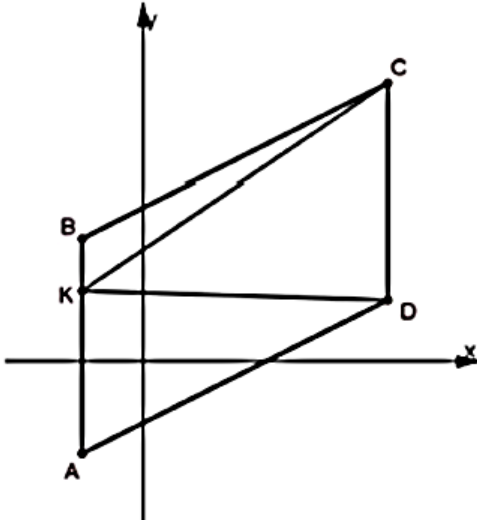
הנקודות E, F, G, H הן אמצעי

הקטעים: AO, BO, CO, DO בהתאמה.

הוכח: מרובע $EFGH$ מקבילית.

שאלה 1

ABCD היא מקבילית ששיעורי שלושת קודקודיו הם: $A(-2,-3)$, $B(-2,4)$, $C(8,9)$

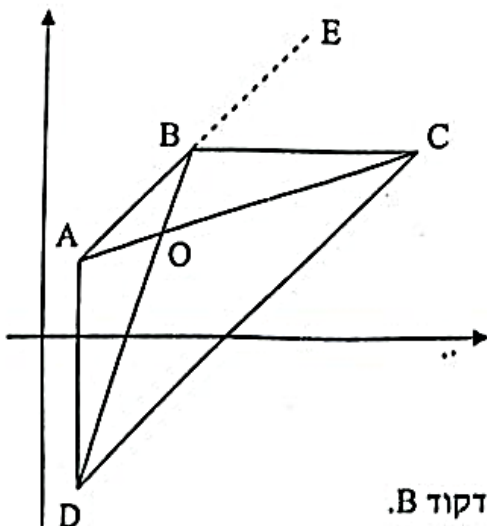


1. מצאו את שיעורי נקודה D.
 2. חשבו את שטח המקבילית ABCD.
(שימו לב ש- AB מקביל לציר ה- y)
 3. (1) בחרו נקודה כלשהי K על הצלע AB.
(2) חשבו את השטח של $S_{\Delta OKC}$.
- מה הקשר בין שטח $S_{\Delta OKC}$ לבין שטח המקבילית ABCD?
4. בחרו נקודה אחרת על צלע AB וחזרו על סעיף ג' עבור נקודות אלו.
 5. נסחו השערה כללית לכל מקבילית ABCD.
 6. הוכיחו את השערתכם תוך שימוש בגיאומטריה אוקלידית.

תשובות

(1) $D(8,2)$ (2) 70 (3) $K(-2, 2)$; $S_{DKC}=35$ שטח המשולש הוא מחצית שטח המקבילית; (4) $P(-2,1)$; $S_{CPD}=35$
(5) שטח משולש שאחת הצלעות שלו היא צלע במקבילית והקדקוד השלישי מונח על הצלע המקבילה במקבילית, הוא מחצית שטח המקבילית;

שאלה 2

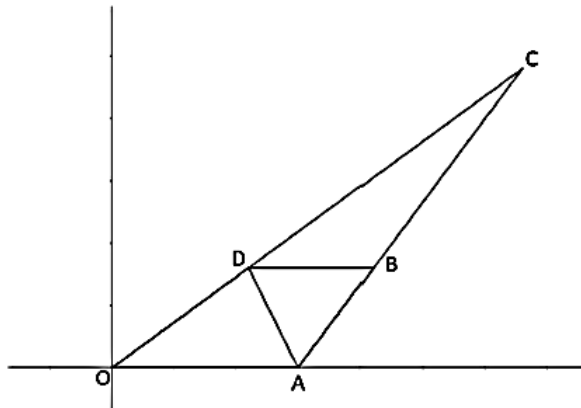


- אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה O.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB.
נתון: $A(1,2)$, $C(10,5)$, $E(7,8)$, $D(1,-4)$.
- א. הראו שמתקיים: $AE \parallel CD$.
 - ב. הוכיחו: $\Delta ABO \sim \Delta CDO$.
 - ג. נתון: $AO = BO$. הוכיחו:
 1. $CO = DO$
 2. $AD = BC$
 - ד. נתון שהצלע BC מקבילה לציר ה-x. מצאו את שיעורי הקודקוד B.
 - ה. חשבו את יחס הדמיון בין המשולשים ΔABO ו- ΔCDO .

תשובות

(א) אותו שיפועו לשני הישרים (ב) ז.ז. (ג) עלפי יחס הדמיון, במשולשים דומים, לצלעות שוות מתאימות צלעות שוות;
(ג) על פי חפיפת משולשים $\Delta AOD \cong \Delta BOC$ (ד) $B(4,5)$ (ה) $\frac{AB}{CD} = \frac{1}{3}$

שאלה 3



שלפניכם נתון

1. בסרטוט

משולש OAC , ונתון כי: $A(15,0)$, $B(21,8)$, $C(33,24)$

- דרך נקודה B מעבירים ישר מקביל לציר ה- x . הישר חותך את הצלע OC בנקודה D
 כך ש $AB = DB$
- חשבו את אורך הקטע AB
 - מצאו את שיעורי הנקודה D .
 - מהו סוג המרובע $ABDO$? נמקו.
 - חשבו את שטח מרובע $ABDO$.
 - נסמן נקודה $E(5,0)$
 הוכיחו כי מרובע $ABDE$ מעויין.
 - מצאו נקודה K על ציר ה- x כך שמרובע $ADBK$ יהיה מקבילית.
 - נקודה M נמצאת על ציר ה- x כך ששטח משולש ADM גדול פי 2 משטח משולש ODM .
 מצאו את שיעורי הנקודה M .
 - הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ACO$.
 - חשבו פי כמה גדול שטח משולש ACD משטח משולש ADO .

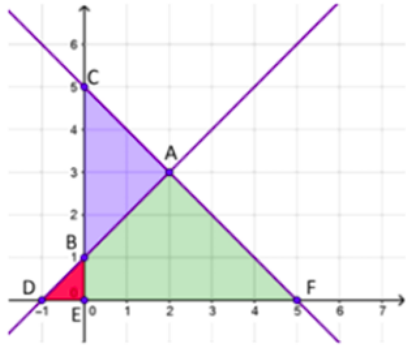
תשובות

(א) 10 (ב) $D(11,8)$ (ג) טרפז (ד) 100 (ו) $K(25,0)$ (ז) $M(35,0)$ או $M(-15,0)$ (ט) פי 2

שאלה 4

נתונים שני ישרים במערכת צירים. הישרים מאונכים זה לזה.

ונתונות הנקודות: $A(2,3)$, $B(0,1)$, $C(0,5)$, $D(-1,0)$
 $F(5,0)$

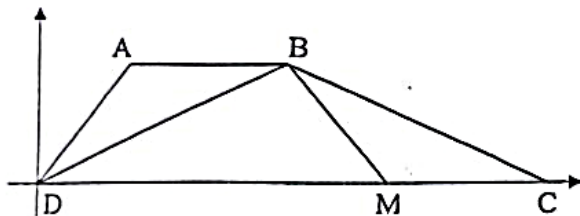


- חשבו את זוויות המשולש: BED , ABC , ADF .
- רשמו את כל המשולשים הדומים הנוצרים בעזרת הישרים ומערכת הצירים. נמקו את תשובתכם.
- חשבו את אורכי הקטעים BC ו- DF .
- חשבו את שטחי המשולשים CEF ו- BDE .
- מהו יחס הדמיון בין המשולשים שאת שטחם חישבתם? מהו יחס השטחים?
- חשבו את השטח של המשולש ABC .
- חשבו את היקף המשולש ADF (היעזרו במשפט פיתגורס)

תשובות

- (א) בכל אחד מהמשולשים הנ"ל: $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ (ב) $\Delta ABC \sim \Delta ADF \sim \Delta BED \sim \Delta CEF$ (ג) $BC=4$ $DF=6$
(ד) $S_{CEF}=12.5$ $S_{BDE}=0.5$ (ה) יחס הדמיון: $3/2$, יחס השטחים: $9/4$ (ו) $S_{ABC}=5$ (ז) $P_{ADF}=6+6\sqrt{2}$

שאלה 5



- בטרפז $ABCD$ הבסיס CD נמצא על ציר ה- x . הנקודה M נמצאת על הבסיס CD . האלכסון BD חוצה את הזווית $\angle ADM$.
- א. הוכיחו: $AB = AD$.
- ב. נתון: $\angle ADB = \angle BCM$. הוכיחו: $BC = BD$.
- ג. נתון: $B(8,4)$, $M(11,0)$, $C(16,0)$. הראו שהמשולש ΔBCM הוא שווה שוקיים.
- ד. הוכיחו: המרובע $ABMD$ הוא טרפז שווה שוקיים.
- ה. מצאו את שיעורי הקודקוד A .

תשובות

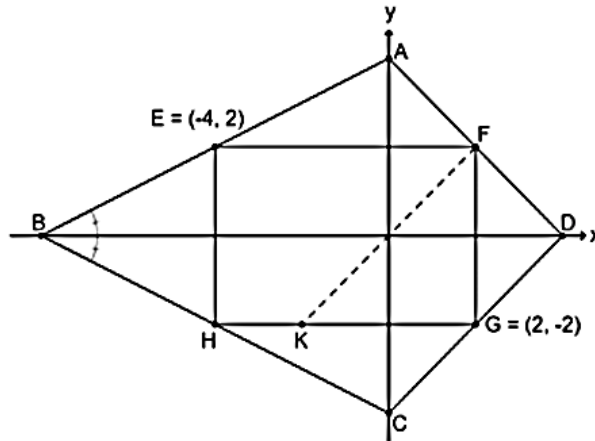
(ה) $A(3,4)$

שאלה 6

1. במערכת הצירים נתון מלבן FGHE שצלעותיו מקבילות לצירים.

נתון: $E(-4, 2)$, $G(2, -2)$

$$4ABD = 4CBD$$



א. השלימו את השיעורים של קודקודי המלבן (הנקודות H, F בשרטוט).

ב. הוכיחו: $\triangle ABC$ שווה-שוקיים.

ג. הוכיחו: המרובע ADCB הוא דלתון.

ד. שיפוע הישר AD הוא -1.

מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ה. דרך הנקודה F וראשית הצירים, העבירו ישר.

הישר חותך את הצלע GH בנקודה K (ראו ציור).

ה1. הראו ש- $FK \parallel DC$.

ה2. חשבו את שיעורי הנקודה K.

ה3. מהו סוג המשולש FKG?

ו. חשבו את גודלה של $\angle D$.

תשובות

(א) $H(-4, -2)$ $F(2, 2)$ (ד) $D(4, 0)$ (ה) (1) אותו שיפוע $K(-2, -2)$ (3) מש"ש וישר זווית

(ו) $\angle ODA = \angle ODC = \angle ADC = 90^\circ$

חופשה נעימה ובטוחה לכולם!!!