

שם התלמיד: _____ -- כיתה _____

שם המורה: _____

יוני 2026

עבודה לעולים ל-יא 5 יח"ל במתמטיקה- תשפ"ז

להלן רשימת תרגילים בנושאים שונים שנלמדו השנה.

יש לפרט ולנמק את כל שלבי הפתרונות ולהקפיד על כתיבה מתמטית.

במידה והתוצאות לא שלמות יש לדייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

יש להגיש את העבודה לאחר חופשת הקיץ **בשיעור הראשון** ללימודים.

עליכם להקפיד על **הגשה מסודרת ומאורגנת** לפי נושאים, תוך סימון הנושא ומספר השאלה.

תמלאו בטבלה למטה אילו שאלות הצלחתם ואילו לא.

הסתברות	בעיות קיצון	משוואות טריגונומטריות	חדו"א	טריגונומטריה	גיאומטריה
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
		5	5		5
		6	6		6
		7	7		7
		8	8		
		9	9		
		10	10		
			11		
			12		
			13		
			14;		
			15		

יוני 2026

עבודה לעולים ל-יא 5 יח"ל במתמטיקה - תשפ"ז

להלן רשימת תרגילים בנושאים שונים שנלמדו השנה.

יש לפרט ולנמק את כל שלבי הפתרונות ולהקפיד על כתיבה מתמטית.

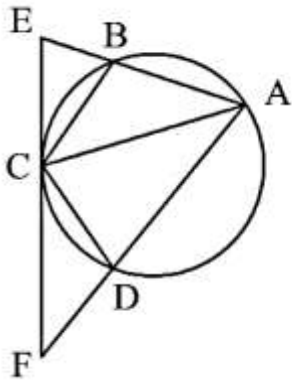
במידה והתוצאות לא שלמות יש לדייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

יש להגיש את העבודה לאחר חופשת הקיץ בשיעור הראשון ללימודים.

עליכם להקפיד על הגשה מסודרת ומאורגנת לפי נושאים, תוך סימון הנושא ומספר השאלה.

בהצלחה!גיאומטריה:

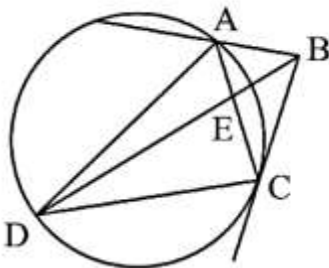
1. הישר EF משיק בנקודה C למעגל שעליו נמצאת הנקודה A הישרים AE ו-AF חותכים את המעגל בנקודות B ו-D בהתאמה. נתון: $\angle BCE = \angle DCF$, $AE = 12$ ס"מ, $AF = 18$ ס"מ. היקף המשולש $\triangle AEF$ הוא 45 ס"מ. א. חשב את אורך CF.



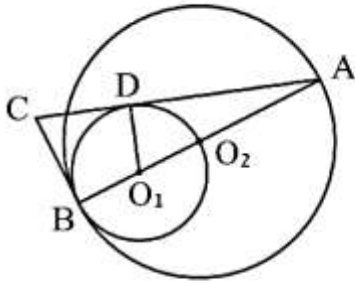
א. 9 ס"מ.

- ב. העבר את המיתר BD. הוכח: $\frac{AB}{BE} = \frac{AD}{DF}$.

2. הישר BC משיק בנקודה C למעגל החוסם את המשולש $\triangle ACD$. הישר BD חותך את המיתר AC בנקודה E. נתון: $AB = 3$ ס"מ, $AD = 12$ ס"מ, $BE = 2.5$ ס"מ, $BD = 12.5$ ס"מ. א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$. ב. חשב את אורך הקטע AC. ג. קבע אם ניתן לחסום מעגל במרובע ABCD. נמק. ד. נתון: שטח המרובע ABCD הוא $5k$. הבע באמצעות k את שטח המשולש $\triangle ABC$.

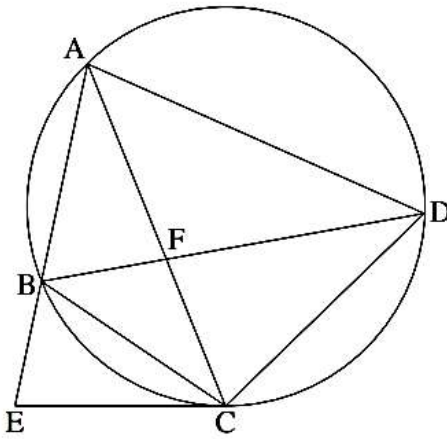


ב. 6 ס"מ. ג. לא. ד. k.



3. מעגל קטן שרדיוסו r ומרכזו O_1 משיק מבפנים בנקודה B למעגל שמרכזו O_2 . הנקודה O_2 נמצאת על המעגל הקטן. הישרים AC ו-BC משיקים למעגל הקטן בנקודות D ו-B בהתאמה. AB קוטר במעגל הגדול.
- הבע באמצעות r את אורך הקטע AD.
 - הוכח: $\triangle ADO_1 \sim \triangle ABC$.
 - הבע באמצעות r את אורך הקטע CD.

א. $\sqrt{8} \cdot r$ ג. $\sqrt{2} \cdot r$

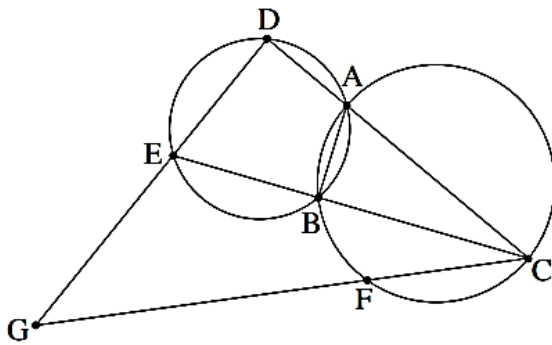


4. המרובע ABCD חסום במעגל, אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה F. המשיק למעגל בנקודה C חותך את המשך המיתר AB בנקודה E (ראו סרטוט). נתון: $AB = CB$.
- הוכיחו: $\angle EBC = 2 \cdot \angle BDC$.
 - נתון: AC חוצה את זווית ECD, $\frac{CD}{CF} = \frac{8}{5}$.
 - הוכיחו: $AC = AD$.
 - מצאו את היחס $\frac{AD}{CD}$.
 - מצאו את היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש CBF.

ב. $\frac{13}{5}$

ג. $\frac{13}{5}$

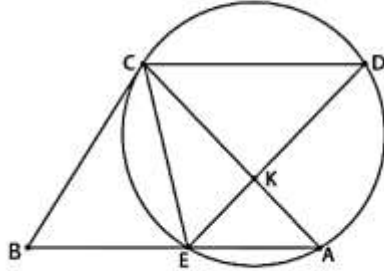
ג. $\frac{13}{5}$



5. שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. C היא נקודה על המעגל הימני. המשכי הקטעים CA ו-CB חותכים את המעגל השמאלי בנקודות D ו-E בהתאמה. הנקודה F נמצאת על הקשת BC, כמתואר בסרטוט. המשכי הקטעים CF ו-DE נפגשים בנקודה G.
- הוכיחו: $\angle EDA = \angle CBA$.
 - הוכיחו: המרובע GDAF הוא בר חסימה במעגל.
 - המיתרים AF ו-BC נפגשים בנקודה H. נתון: $\angle GEC = \angle CHA$.
 - הוכיחו: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.
 - נתון: CE מאונך ל-AB.
 - $CD = 24$, $DE = 12$

ד. $CG = 40$, $FG = 20$.

6. מנקודה B, שמחוץ למעגל, העבירו ישר ששיק למעגל בנקודה C, וישר אחר שחותך את המעגל בנקודות E ו-A, כמתואר בסרטוט. הנקודה D נמצאת על המעגל כך שהמיתר CD מקביל למיתר EA. המיתרים ED ו-AC נחתכים בנקודה K.
- א. הוכיחו: $\triangle CEB \sim \triangle DCE$.



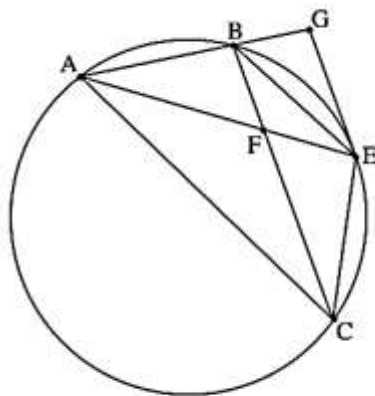
- נתון: $ED = 7$, $AK = 3$.
- נסמן את שטח המשולש CEK ב-S.
- ב. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CKD.

נתון: $BC = \frac{35}{\sqrt{32}}$.

- ג. הביעו באמצעות S את שטח המשולש CEB.
- הנקודה O היא מרכז המעגל.
- ד. הוכיחו: $\angle COE = \angle CKE$.
- נתון: $\angle CAE = 45^\circ$.
- ה. הסבירו מדוע הנקודות E, C, O ו-K נמצאות על מעגל אחד.

א. הוכיחו. ב. $\frac{4}{3}S$, ג. $\frac{175}{96}S$.

7. הנקודות A, B ו-C נמצאות על מעגל.



- נקודה E היא אמצע הקשת BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם. בנקודה E מעבירים משיק למעגל. המשיק חותך את המשך המיתר AB בנקודה G. המיתרים AE ו-BC נחתכים בנקודה F.
- א. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle AEG$.

נתון: $AE = 3\sqrt{6}$, $AG = 6$.

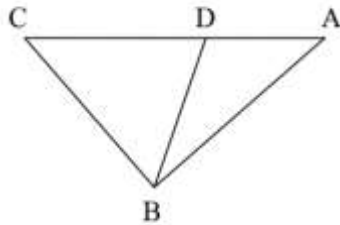
- ב. חשבו את אורך המיתר AC.
- ג. הוכיחו: $BC \parallel GE$.

- נתון: שטח המשולש ABF גדול פי 2 משטח המשולש BFE.
- ד. חשבו את אורך המיתר AB.
- ה. מהו היחס בין שטח המשולש ABF ובין שטח המשולש AFC? נמקו.

א. $AC = 9$. ב. $AB = 4$. ג. $\frac{4}{9}$.

טריגונומטריה:

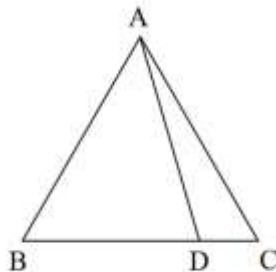
.1.



- הנקודה D נמצאת על הצלע AC במשולש ΔABC .
 שטחו של המשולש ΔBCD הוא 8 סמ"ר.
 נתון: $\angle BAC = 41^\circ$, $BD = 4$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ. חשבו את:
- גודל הזווית $\angle BDC$.
 - אורך הצלע AB.
 - שטח המשולש ΔABD .
 - שטח המשולש ΔABC .

1) א. 53.13° . ב. 4.88 ס"מ. ג. 2.05 סמ"ר. ד. 10.05 סמ"ר.

.2.



- המשולש ΔABC הוא שווה צלעות והיקפו 24 ס"מ.
 הנקודה D נמצאת על הצלע BC כך שמתקיים: $BD = 3CD$.
 הזווית $\angle ADC$ קהה.
- חשבו את אורך הקטע BD.
 - חשבו את אורך הקטע AD.
 - מצאו את גודל הזווית $\angle ADB$.

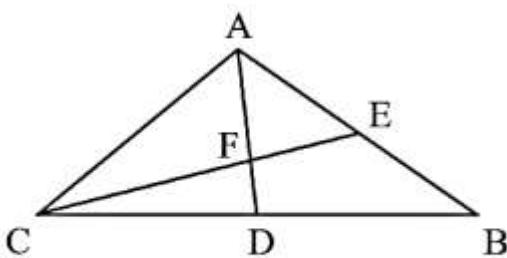
5) א. 6 ס"מ. ב. 7.21 ס"מ. ג. 73.93° .

.3.

במשולש ΔABC התיכונים AD ו-CE נחתכים בנקודה F.

נסמן: $AD = 3b$, $BC = 6a$, $AB = 4a$.

- הבע באמצעות a ו-b את אורך הקטע EF.
- נתון: $CE = 4.5a$. חשב את הזווית $\angle ABC$.
- שטח המשולש ΔABC הוא 96 סמ"ר. מצא את a ואת b.



$$a = 3.75, b = 2.86, \alpha = 34.62^\circ, \sqrt{\frac{5a^2 + 3b^2}{3}}$$

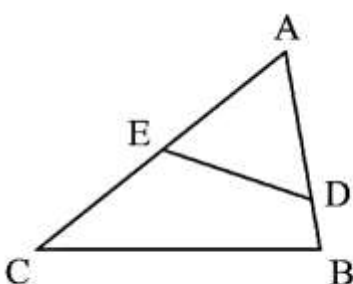
.4.

(*) הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות המשולש ΔABC כמתואר בשרטוט כך שמתקיים: $AD = 3BD$ ו- $CE = AE$. נסמן: $\angle BAC = \alpha$.

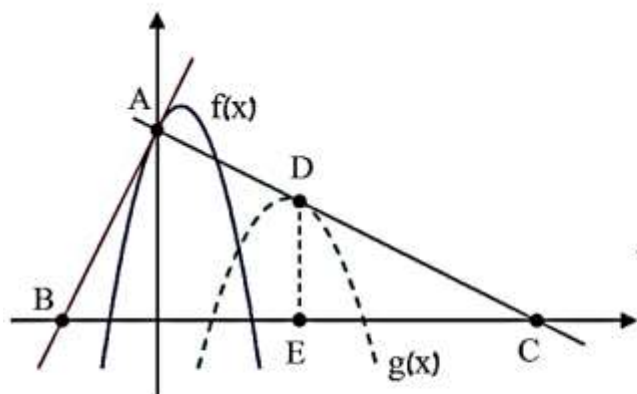
א. חשב את היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}}$. א. $\frac{3}{8}$. ב. $\frac{26 - 24 \cos \alpha}{9 - 9 \cos \alpha}$. ג. $\alpha = 33.56^\circ$.

ב. נתון: $AD = AE$. הבע באמצעות α את היחס: $\left(\frac{BC}{DE}\right)^2$.

ג. נתון: $BC = 2DE$. מצא את α .



חדו"א של פונקציות פולינום, מנה ושורש ריבועי :



1. הפרבולה $f(x) = -x^2 + 2x + 2c$ חותכת את ציר ה- y בנקודה A.

א. הבע באמצעות c ($c > 1$), במידת הצורך את :

1. שיעורי הנקודה A.

2. משוואת המשיק AB (הנקודה B על ציר ה- x).

ב. בנקודה A עובר ישר המאונך למשיק (נורמל),

אשר חותך את ציר ה- x בנקודה C.

הבע באמצעות c את שטח המשולש ABC.

ג. הפרבולה : $g(x) = -0.5x^2 + 5.5x - 10$ משיקה לנורמל בנקודה D כמתואר בשרטוט.

מצא את c ואת שיעורי הנקודה D.

ד. קבע אם מתקיים : $\Delta BAC \sim \Delta DEC$. נמק את תשובתך.

א. 1. $A(0, 2c)$ 2. $y = 2x + 2c$ 3. $5c^2$ 4. $D(6, 5)$, $c = 4$ 5. מתקיים.

2. הוכח את אי השוויונות הבאים בתחום הנתון :

א. בתחום : $-2 \leq x \leq 2$ מתקיים : $-22 \leq x^5 - 5x \leq 22$.

ב. בתחום : $-3 \leq x \leq 3$ מתקיים : $-16 \leq x^3 - 12x \leq 16$.

ג. בתחום : $-4 \leq x \leq 4$ מתקיים : $-81 \leq x^4 - 18x^2 \leq 0$.

3. נתונים הגרפים של הפונקציה $f(x)$ ושל הנגזרת $f'(x)$ בתחום : $-2 \leq x \leq 6$.

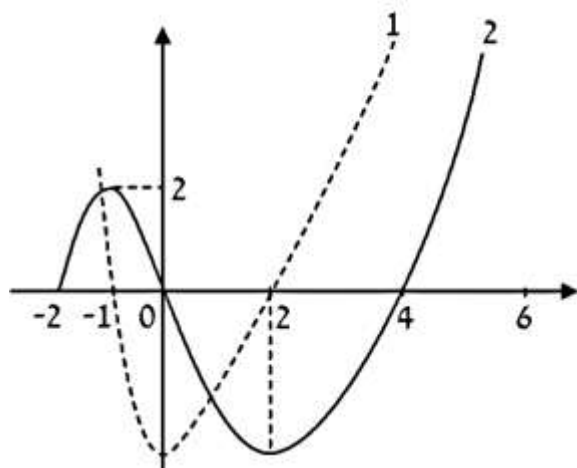
א. התאם בין מספרי הגרפים 1 ו-2 לבין $f(x)$ ו- $f'(x)$.

ב. מצא את תחומי העליה והירידה של גרף $f(x)$.

ג. מצא באילו תחומים הנגזרת השנייה $f''(x)$ חיובית.

ד. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה בה $x = -1$.

ה. (**) מצא באיזה תחום מתקיים : $0 < f(x) - f'(x)$.



- א. גרף 2 הוא $f(x)$ וגרף 1 הוא $f'(x)$ (ניתן להבין זאת מחלקו השמאלי של השרטוט).
 ב. עליה: $2 < x < 6$ או $-1 < x < -2$; ירידה: $-1 < x < 2$. ג. $0 < x < 6$. ד. $y = 2$.
 ה. $4 < x \leq 6$ או $0 < x < 2$ או $-2 \leq x < -1$.

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{(x-4)^2}$, $0 < a < 4$ הוא פרמטר.

א. ענו על התת-סעיפים (1) – (5). הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

(1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

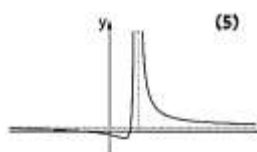
(4) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{x^2}{(x-4)^2}$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת

הפונקצייה $f(x)$.

ב. (1) הוכיחו כי גרף הפונקצייה $g(x)$ נמצא כולו מעל גרף הפונקצייה $f(x)$.



א. (1) $x = 4$. (2) $y = 1, x = 4$.

(3) $(0, -\frac{a^2}{16}), (a, 0), (-a, 0)$.

(4) $x = \frac{a^2}{4}$, מינימום.

ב. (1) הוכחה. (2) $-\frac{a^2}{12}$.

5. לפניכם שלוש פונקציות שלכל אחת מהן שני ערכי x שבהם היא אינה מוגדרת.

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{(x+1)(x+2)}, \quad h(x) = \frac{x^3}{x(x+2)}, \quad k(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2(x+2)}$$

ידוע שלאחת משלוש הפונקציות יש אסימפטוטה אופקית אחת ואסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

א. מבין שלוש הפונקציות הנתונות, קבעו איזו פונקצייה מקיימת את כל התכונות האלה. נמקו את קביעתכם.

ענו על סעיפים ב-ד עבור הפונקצייה שקבעתם בסעיף א.

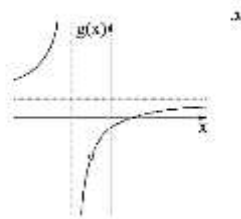
ב. (1) מצאו את המשוואה של האסימפטוטה האופקית ואת המשוואה של האסימפטוטה האנכית של הפונקצייה.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה עם הצירים.

נתון כי לפונקצייה זו אין נקודות קיצון.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה.

א. $(0, -0.5)$, $(1, 0)$, $(2, 1)$, $x = -2$, $y = 1$, $(3, 3)$, $(4, 4)$



6. שתיים מהאסימפטוטות של הפונקצייה: $f(x) = 2 + \frac{2x^2 - x - 62}{b - x^2}$ נחתכות בנקודה $(6, 0)$.

א. מצא את b .

ב. עבור גרף הפונקצייה $f(x)$ מצא את:

1. תחום ההגדרה.

2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.

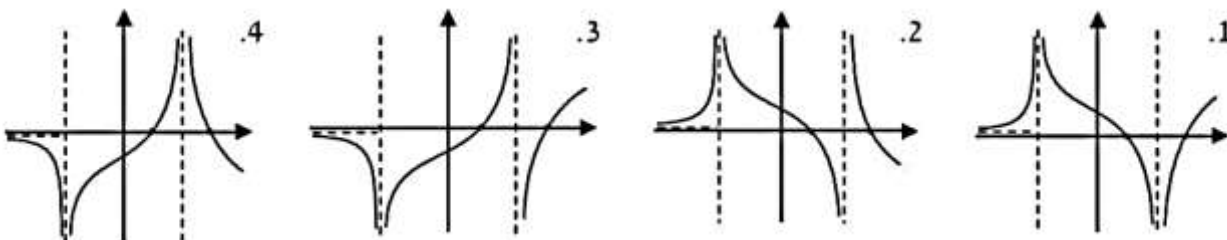
3. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

4. תחומי העלייה והירידה.

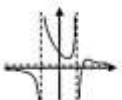
5. האסימפטוטות המקבילות לצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים עשוי להיות גרף חלקי של הנגזרת $f'(x)$. נמק.

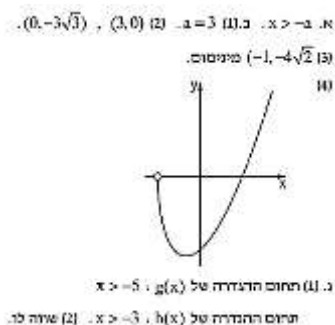


א. $b = 36$. ב. 1. תחום ההגדרה: $x \neq \pm 6$. 2. $(0, 0.28)$, $(10, 0)$. 3. $\max(18, 0.02)$, $\min(2, 0.25)$. 4. עילת: $6 < x < 18$ או $2 < x < 6$; יורדת: $18 < x < 2$ או $-6 < x < -6$. 5. $x = -6$, $x = 6$, $y = 0$. ג. השרטוט מושמאל. ד. טיף 4.



8. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x + a}}$, a הוא פרמטר חיובי.
- א. הביעו באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
- נתון כי לפונקצייה $f(x)$ אין אסימפטוטות מאונכות לצירים.
- ב. (1) מצאו את a .
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

- נתונות הפונקציות $h(x) = |f(x)|$, $g(x) = -f(x + 2)$.
- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.
- (2) האם שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $g(x)$ גדול משיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקצייה $h(x)$, קטן ממנו או שווה לו? נמקו את התשובה.



9. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = x^3$, $g(x) = \sqrt{f(x)}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$ ואת תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
- (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- x .
- נתון כי שיעור ה- x של הנקודה A נמצא בין שיעורי ה- x של נקודות החיתוך של הפונקצייה $f(x)$ עם הפונקצייה $g(x)$.
- נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A . t הוא פרמטר.
- ב. הביעו באמצעות t את אורך הקטע AB .

א. (1) תחום של $f(x)$: כל x , תחום של $g(x)$: $0 \leq x$; (2) $(1,1)$, $(0,0)$; ב. $AB = t - t^2$

10. נתונה הפונקציה $f(x) = 3x + 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2x}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(4) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ עם ציר ה- x .

בתשובתך דייק שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

אם ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

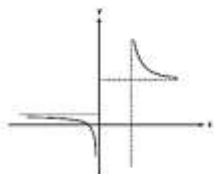
ג. האם ייתכן שיש שמשוואתו $y = 4x + c$ (c פרמטר)

ישיק לגרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

א. (1) $x \geq 2$ או $x \leq 0$; (2) $x > 2$ או $x < 0$;

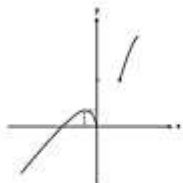
(3) $x = 2$, $x = 0$, $y = 5$, $y = 1$; (4) $(-0.342, 0)$;

(5)



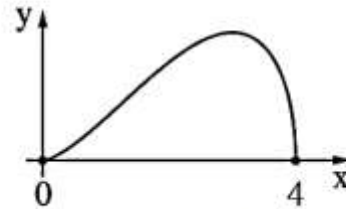
ב. (1) $(-0.342, 0.764)$ מקסימום, $(2, 6)$ מינימום, $(0, 0)$ מינימום.

(2)



ג. לא.

11. בסרטוט שלפניך מוצגת הפונקציה $f(x) = \sqrt{a \cdot x^4 + b \cdot x^3}$. נתון שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $0 \leq x \leq 4$.



א. (1) הוכח כי $b = -4 \cdot a$.

(2) לפניך שתי טענות I-II. רק אחת מהן נכונה. קבע מהי הטענה הנכונה, ונמק את קביעתך.

I. $a > 0, b < 0$

II. $a < 0, b > 0$

א. (1) הוכחה (2) II

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

12.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$

המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $(f(x))^2$ שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום

ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $(f(x))^2$,

וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{(f(x))^2}$. תחום ההגדרה של

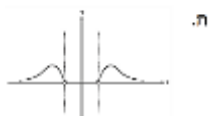
הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. הסתמך על הסעיפים הקודמים וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

א. $a < x$ או $x < -a$ ב. הוכחה ג. (1) אין (2) $x = -a, x = a$

(3) מינימום $(\sqrt{2}a, 2a)$, מינימום $(-\sqrt{2}a, 2a)$

ד. $(-\sqrt{2}a, 4a^2), (\sqrt{2}a, 4a^2)$



13. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 4a}}{x^3}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

בסעיפים א-ה, בטא את תשובותיך באמצעות a , לפי הצורך.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. הוכח שהפונקציה $f(x)$ אי-זוגית.

ג. (1) מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים?

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה גם הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

ה. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של

הפונקציה $g(x)$, אם יש כאלה?

ידוע כי בכל אחת מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$

ו- $g(x)$, יש לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ משיק משותף.

ו. (1) הוסף לסרטוט שבמחברתך סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$

פרט את שיקוליך.

(2) מהו הערך של a ? נמק את תשובתך.

א. $x \leq \sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ ב. הוכחה (1) $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$, $(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$.

(2) $(\sqrt{2a}, \frac{1}{2a})$ מקסימום, $(-\sqrt{2a}, -\frac{1}{2a})$ מינימום, $(\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מינימום,

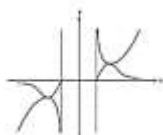
$(-\sqrt{\frac{4a}{3}}, 0)$ מקסימום.

ד.



ה. (1) $x \leq \sqrt{\frac{4a}{3}}$ או $x \leq -\sqrt{\frac{4a}{3}}$ (2) $x = \sqrt{\frac{4a}{3}}$, $x = -\sqrt{\frac{4a}{3}}$.

(2) ג.



ד. $a = \frac{1}{2}$ (2)

14. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x}}$. a הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) בעבור אילו ערכים של הפרמטר a אין לפונקציה נקודות קיצון? נמק.
- (2) במקרים שיש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון, הבע באמצעות a את שיעוריה וקבע את סוגה.
- ג. סרטט בנפרד סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ לכל אחד מן התחומים i-iii של הפרמטר a שלפניך:

i $a > 0$

ii $a < 0$

iii $a = 0$

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - b$. b הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

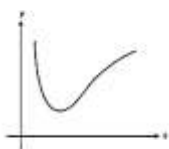
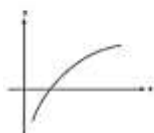
ד. (1) מצא את התחום של הפרמטר a . נמק.

(2) הבע את התחום של הפרמטר b באמצעות a . נמק.

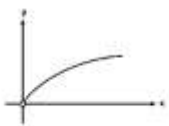
א. $0 < x$, ב. $a \leq 0$ (1), (2) מינימום $(a, 2\sqrt{a})$.

II

I.ג



III



ד. $0 < a$ (1), $2\sqrt{a} < b$ (2).

15. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - a}}{x^2}$. $a \neq 0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות a , והבחן בין $a > 0$ ובין $a < 0$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) הראה שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
 (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

א. (1) $0 < a$: $\sqrt{a} \leq x$, $x \leq -\sqrt{a}$; $a < 0$: $x \neq 0$.

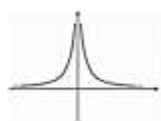
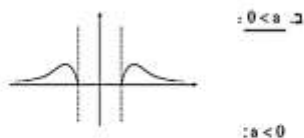
(2) $0 < a$: $(\sqrt{a}, 0)$, $(-\sqrt{a}, 0)$; אין. (3) הוכחה.

(4) $0 < a$: $x = 0$, $y = 0$; $a < 0$: $x = 0$, $y = 0$.

(5) $0 < a$: תחומי עלייה: $\sqrt{a} < x < \sqrt{2a}$, $x < -\sqrt{2a}$.

תחומי ירידה: $-\sqrt{2a} < x < -\sqrt{a}$, $\sqrt{2a} < x$.

$a < 0$: תחומי עלייה: $x < 0$, תחומי ירידה: $x > 0$.



ג. $0 < a \leq \frac{1}{4}$, $a < 0$.

- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a > 0$ וסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $a < 0$.
 בעבור כל גרף שסרטטת כתוב את התחום המתאים של הפרמטר a .
 ג. מצא בעבור אילו ערכים של הפרמטר a גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הישר $y = 1$ או משיק לו.

משוואות טריגונומטריות

פתרו את המשוואות הטריגונומטריות הבאות (פתרון כללי)

$$2 \sin^2 x - 1 = 0 \quad (\alpha)$$

$$\tan^2 x = 5 \tan x - 4 \quad (\beta)$$

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (\gamma)$$

$$6 \sin^2 x + 5 \cos x = 7 \quad (\delta)$$

$$. 12 \sin^4(x) - 19 \sin^2(x) + 4 = 0 \quad (\eta)$$

$$. \sqrt{3} \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) + \sin^2(x) = 0 \quad (\iota)$$

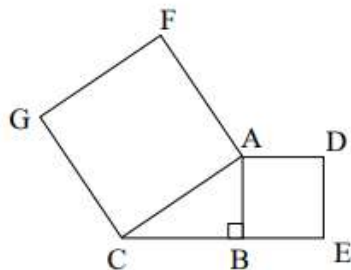
$$4 \cos^2 3x = 1 \quad (\epsilon)$$

$$\tan\left(\frac{x}{2}\right) - 5 \tan\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \quad (\kappa)$$

$$\sin(x+30^\circ) = \cos(x+60^\circ) \quad (\zeta)$$

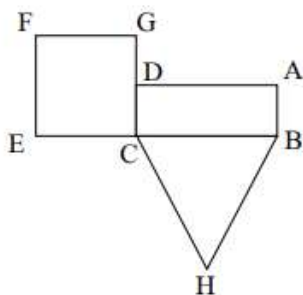
$$\sin(2x) = 5 \cos(2x) \quad (\iota)$$

בעיות קיצון



1. המשולש $\triangle ABC$ הוא ישר זווית ($AB \perp BC$).
 על הצלע AB בנו את הריבוע $ADEB$.
 על הצלע AC בנו את הריבוע $ACGF$.
 נתון: $CE = 14$ ס"מ. נסמן: $DE = x$.
 א. הביעו באמצעות x את אורך היתר AC .
 ב. מצאו עבור איזה ערך של x יהיה היקף הריבוע $ACGF$ מינימלי.

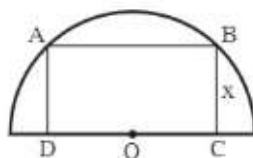
1 א. $\sqrt{2x^2 - 28x + 196}$. ב. $x = 7$.



2. לפניכם שרטוט של צורה המורכבת מהריבוע $CEFG$, מהמלבן $ABCD$ ומהמשולש שווה הצלעות $\triangle ABH$. הנקודה D היא אמצע הצלע CG . שטח המלבן $ABCD$ הוא 24 סמ"ר. נסמן: $GF = 2x$.
 א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BH .
 ב. מצאו את ערכו של x שעבורו היקף הצורה כולה הוא מינימלי.
 ג. כאשר היקף הצורה כולה הוא מינימלי, חשבו את שטח הריבוע $CEFG$.

2 א. $\frac{24}{x}$. ב. $x = 3$. ג. 36 סמ"ר.

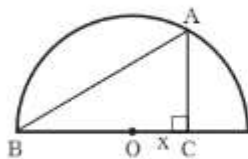
3.



3. בחצי מעגל שרדיוסו 10 ס"מ חסום מלבן $ABCD$ כך שהצלע DC נמצאת על קוטר חצי המעגל. מרכז המעגל הוא בנקודה O ומתקיים $DO = OC$. נסמן $BC = x$.
 א. הראה שכאשר $x = \sqrt{50}$ ס"מ מתקבל מלבן בעל שטח מקסימלי ומצא את השטח המקסימלי.
 ב. הראה שכאשר $x = \sqrt{20}$ ס"מ מתקבל מלבן בעל היקף מקסימלי ומצא את ההיקף המקסימלי.

3 א. 100 סמ"ר. ב. 44.72 ס"מ ($20\sqrt{5}$).

4.



4. קודקוד הזווית הישרה של משולש ישר זווית ABC נמצא על קוטרו של חצי מעגל שרדיוסו 4 ס"מ ומרכזו בנקודה O . שני הקודקודים האחרים של המשולש נמצאים על קשת חצי המעגל.
 חשב מה צריך להיות אורך הקטע $OC = x$ כדי ששטח המשולש ישר הזווית יהיה מקסימלי. מהו השטח המקסימלי?

4 א. 2 ס"מ, 10.39 סמ"ר ($6\sqrt{3}$).

הסתברות

.1

תלמיד נבחן בשני מבחנים: בתנ"ך ובספרות. ההסתברות שהתלמיד יעבור את המבחן בתנ"ך היא 0.65, ההסתברות שיעבור את שני המבחנים היא 0.55 וההסתברות שיעבור לפחות אחד משני המבחנים היא 0.8.

- א. מה ההסתברות שהתלמיד יעבור את המבחן בספרות?
 ב. אם ידוע שהתלמיד עבר את המבחן בספרות, מה ההסתברות שהוא עבר את המבחן בתנ"ך?
 ג. אם ידוע שהתלמיד עבר בדיוק מבחן אחד, מה ההסתברות שזה המבחן בתנ"ך?

א. 0.7 ב. $\frac{11}{14}$ ג. $\frac{7}{5}$

.2

בבי"ס מסויים $\frac{3}{4}$ מהתלמידים הם נגד תלבושת אחידה. מספר הבנות בבי"ס גדול פי 2 ממספר הבנים. $\frac{1}{6}$ מהתלמידים הם בנים שמתנגדים לתלבושת אחידה. בוחרים באקראי תלמיד (בן או בת).

- א. חשב את ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בת שמתנגדת לתלבושת אחידה.
 ב. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בת. חשב את ההסתברות שהיא מתנגדת לתלבושת אחידה.

א. $\frac{7}{12}$ ב. $\frac{7}{8}$

.3

ידוע שמחצית מתלמידי שכבת י"א מכינים שיעורי בית. במבחן שנערך התברר שמבין אלה שהכינו שיעורי בית 70% עברו את המבחן בהצלחה. 45% מתלמידי שכבת י"א לא הכינו שיעורי בית וגם לא עברו את המבחן.

- א. איזה אחוז מתלמידי שכבת י"א עברו בהצלחה את המבחן?
 ב. איזה אחוז מבין התלמידים שעברו את המבחן בהצלחה הכינו שיעורי בית?

א. 40% ב. 87.5%

.4

במבחני קבלה ללהקה צבאית התקבלו התוצאות הבאות: $\frac{1}{10}$ מכל המועמדים היו בנות שהתקבלו ללהקה הצבאית והן מהוות $\frac{2}{3}$ מבין כלל המועמדים שהתקבלו ללהקה. מספר הבנות שנבחנו היה גדול פי 1.5 ממספר הבנים שנבחנו. בוחרים באקראי אחד מהמועמדים (בן או בת) שנבחנו.

א. מה ההסתברות שהוא התקבל ללהקה?

ב. אם ידוע שנבחר בן, מה ההסתברות שהוא התקבל ללהקה?

ג. אם ידוע שהנבחר לא התקבל ללהקה, מה ההסתברות שהוא בת?

ד. ידוע ש-32 מהמועמדים היו בנים.

(1) כמה מועמדים היו?

(2) כמה מועמדים התקבלו ללהקה?

א. $\frac{3}{20}$ ב. $\frac{1}{8}$ ג. $\frac{10}{17}$ ד. (1) 80 מועמדים. (2) 12 מועמדים.