

עבודת קיץ במתמטיקה



עבודת קיץ במתמטיקה מחטיבה לכל התיכונים בעיר הרצליה ברמה המוגברת לתלמידים המשובצים ברמות 4-5 יח"ל

לפניכם עבודת קיץ שמטרתה לסכם ולחזור על הנושאים שנלמדו
בחטיבה.

מקצוע המתמטיקה דורש תרגול מעמיק ורציף לאורך הלמידה. בכיתה י'
תלמדו ברמות מוגברות של 4-5 יח"ל ולכן חשוב לשלוט ולהבין היטב את
החומר שנלמד בכיתה ט'

אנו ממליצים לכם להתחיל בביצוע העבודה כבר בתחילת החופשה ולא
לדחות אותה לרגע האחרון.

מאחלים לכם הצלחה רבה וחופשה נעימה

"מה שחשוב זה
לא להפסיק לשאול"

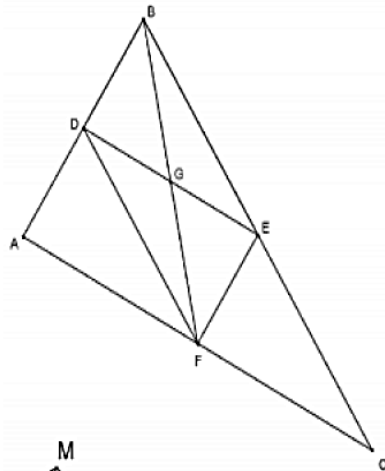
אלברט איינשטיין

גיאומטריה

	<p>1. ABCD מעוין. R נקודת מפגש האלכסונים AC, BD RT הוא תיכון לצלע DC $DC \parallel VR$ הוכיחו: א. VRTD מעוין ב. נתון: שטח המעוין ABCD הוא 8 סמ"ר. חשבו את שטח המעוין VRTD נמקו את שלבי החישוב</p>
	<p>2. DE קטע אמצעים במשולש ABC. G אמצע הקטעים DE ו-BF א. אילו מהטענות הבאות נכונות תמיד? I. המרובע FEBD מקבילית II. BF תיכון לצלע AC III. $FD \perp AB$ IV. $2 \cdot GE = FC$ ב. בחרו אחת מהטענות שבחרתם בסעיף א' כנכונות והוכיחו אותה.</p>

“המקום היחיד בו הצלחה מגיעה לפני עבודה הוא במילון.
 עבודה קשה היא המחיר שאנחנו צריכים לשלם כדי להצליח.
 אני מאמין שאדם יכול להשיג הכול.
 רק במידה והוא מוכן לשלם את מחיר ההשקעה”
 וינס לומברדי

3.



DE, EF קטעי אמצעים במשולש ABC.

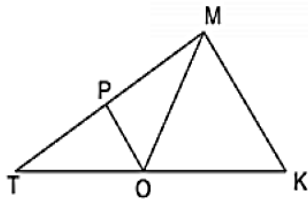
איזו טענה מהטענות הבאות נכונה תמיד? נמקו.

I. $EG = DG$

II. משולש BGE שווה שוקיים

III. $FD \perp AB$

IV. מרובע ADEF מלבן



4. במשולש TMK נתון: $TO = OK = MO$, $PO \parallel MK$.

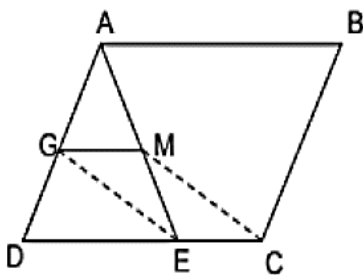
א. הוכיחו: $OP = \frac{1}{2}MK$

ב. נתון: $\angle K = 50^\circ$, חשבו את גודלה של זווית MOP.

ג. המשיכו את הקטע PO (מהצד של P) כאורכו עד לנקודה G כך שהתקבל מרובע GMOT.

הוכיחו: המרובע GMOT מעוין.

5. המרובע ABCD הוא מקבילית.



משולש ADE משולש שווה שוקיים ($AE = AD$)

א. הוכיחו: המרובע AECB טרפז שווה שוקיים

ב. נתון: GM קטע אמצעים במשולש ADE, $EC = \frac{1}{3}DC$

הוכיחו: המרובע GMCE הוא מקבילית.

ג. נתון: $AB = 24$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ

חשבו (הציגו את דרך החישוב):

I. היקף הטרפז ABCE

II. שטח המקבילית ABCD

6. במשולש ABC נתון:

$$AN = NC$$

$$PT = TC$$

$$AP \perp BC$$

א. הוכיחו: $NT \perp BC$

ב. נתון בנוסף: O אמצע BN

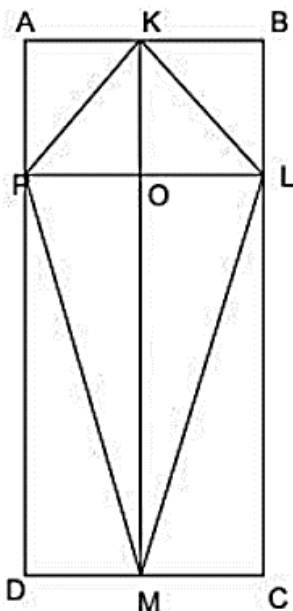
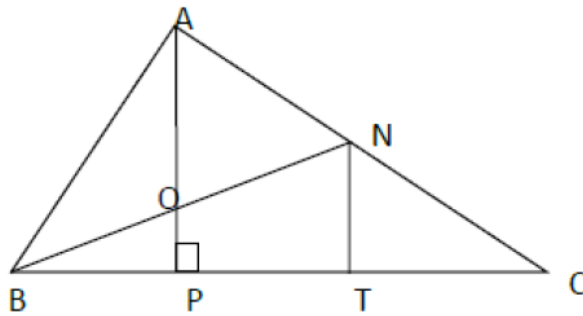
$$BP = \frac{1}{3} BC \quad \text{הוכיחו:}$$

ג. נתון: $TC = 4$ ס"מ, $NT = 3$ ס"מ.

חשבו את שטח הטרפז OPTN, נמקו את דרך החישוב.

ד. (ללא קשר לנתונים בסעיף ג'): נתון: $OP = 1$ ס"מ, $\angle OBP = 30^\circ$

חשבו את שטח הטרפז OPTN, נמקו את דרך החישוב.



7. נתון: המרובעים ABCD ו-PLCD הם מלבנים.

הנקודה K היא אמצע הצלע AB. הנקודה M היא אמצע הצלע DC.

O היא נקודת המפגש של אלכסוני המרובע KLMF.

א. הוכיחו: המרובע KLMF הוא דלתון.

ב. נתון גם: $KO = \frac{1}{2} PL$

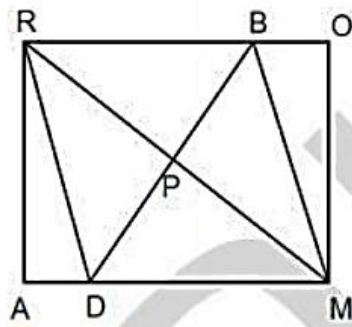
הוכיחו: AKOP הוא ריבוע.

ג. נתון גם: $PK = \sqrt{2}$ ס"מ

P מחלקת את הצלע AD כך ש $AP : PD = 1 : 3$.

חשבו את שטח המלבן ABCD.

8.



הנקודה P היא מפגש האלכסונים במלבן ROMA

הקטע BD עובר דרך הנקודה P

א. הוכיחו: המרובע RBMD הוא מקבילית

ב. הוסיפו נתון כדי להוכיח שהמרובע RBMD הוא מעוין

9.

מרובע ABCD הוא מלבן

נתון:

E על המשך AD כך ש: $AK = AE$

על הקטע EC מונחות הנקודות F, G כך ש:

$$EF = FG = GC$$

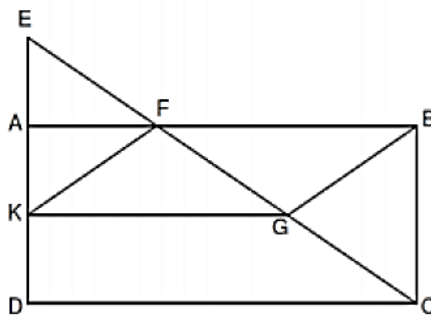
הוכיחו:

א. $\triangle EAF \sim \triangle CBF$

ב. משולש EFK משולש שווה שוקיים

ג. מרובע FBGK מקבילית

ד. נתון: $BC = 8$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ. חשבו את שטח המקבילית FBGK.



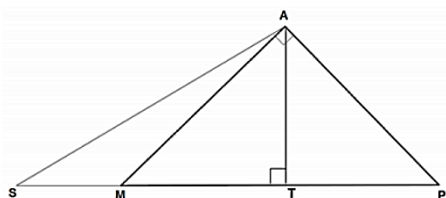
10

המשולש MAP הוא ישר זווית ושווה שוקיים ($AM=AP$).

T נקודה על MP כך ש- $AT \perp MP$.

הנקודה S נמצאת על המשך MP.

נתון: $AS=MP$.

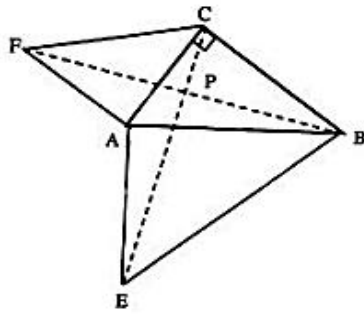


א. הוכח: $AT = \frac{1}{2} AS$

ב. חשבו את הזווית $\angle SAM$.

ג. נתון: $MP=12$ ס"מ

חשבו את היקף המשולש AMS.



11. נתון משולש ABC ישר זווית ($\angle ACB = 90^\circ$)

$AF \perp AC$, $AE \perp AB$, $AF = AC$, $AE = AB$

הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה P

צ"ל: א. $BF = EC$

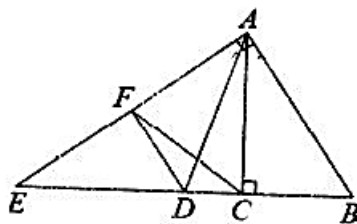
ב. $BF \perp EC$

ג. נתון כי שטח המשולש AFC הוא 4.5 סמ"ר

ושטח משולש AEB הוא 12.5 סמ"ר.

חשב את שטח משולש ABC.

12



המשולשים ABC ו-ABE הם משולשים ישרי זווית.

$\angle BAE = 90^\circ$ $\angle BCA = 90^\circ$

AD תיכון לצלע BE במשולש ABE

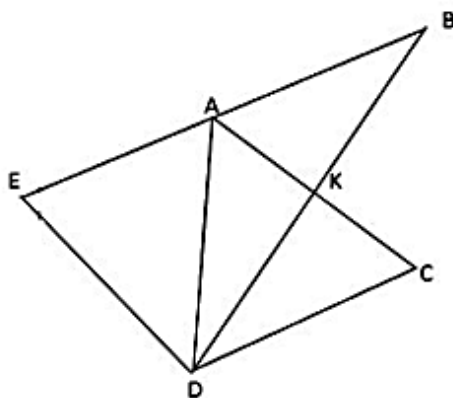
F אמצע קטע AE

צ"ל:

א. נתון: $\angle E = 35^\circ$ חשב את גודל זווית $\angle DAC$

ב. חשב את גודל זווית $\angle DFC$

13



DK הוא תיכון לצלע AC במשולש ADC.
הנקודה B נמצאת על המשך DK כך ש $BK = DK$.

א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מקבילית.

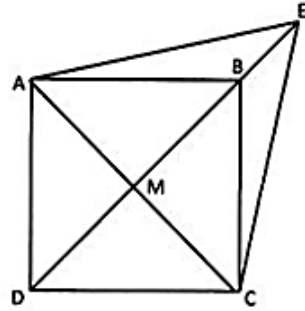
ב. נתון: הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB ומתקיים $EA = AB$ הוכיחו כי:
 $CK = 0.5 \cdot ED$

ג. נתון כי $\angle EDB = 90^\circ$, הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מעוין.

ד. הוסיפו נתון כך שמשולש ACD יהיה משולש שווה צלעות.

14. אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה M.

נתון: $AB \parallel DC$, $AM = MC = DM$, $\angle ADB = \angle BDC$.

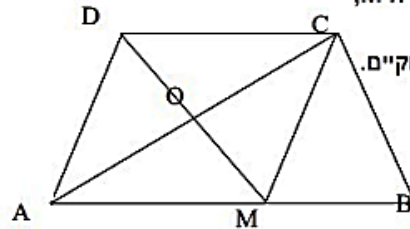


- הוכיחו כי המרובע ABCD הוא ריבוע.
- מאריכים את האלכסון DB עד לנקודה E (ראו ציור). הוכיחו כי: המרובע ADCE הוא דלתון.
- נתון $\angle ACE = 60^\circ$, צלע הריבוע $2\sqrt{2}$ ס"מ. חשבו את היקף הדלתון.
- חשבו את אורך האלכסון הראשי של הדלתון ADCE.

15

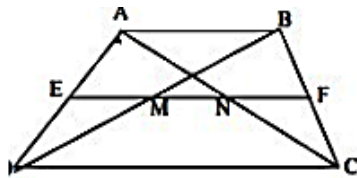
ABCD הוא טרפז ($AB > CD$, $AB \parallel DC$)

חוצי הזוויות $\angle BCD$ ו- $\angle CDA$ נחתכים בנקודה M, שהיא אמצע הבסיס AB.



- הוכחו כי הטרפז ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.
- נתון כי $BC = CD$.
- (I) הוכיחו כי DCBM הוא מעוין.
- (II) הוכיחו כי $\angle ACB = 90^\circ$.

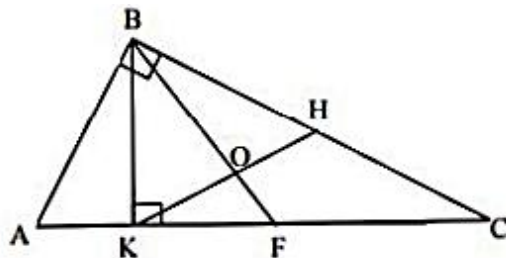
16



- EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD, AC, BD אלכסוני הטרפז, הזוויתים את קטע האמצעים הנקודות M, N. נתון: $DC = 18$, $AB = 6$. מצא את אורך הקטע NM.

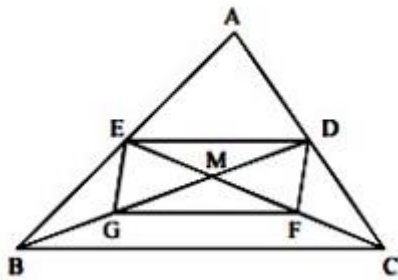
תשובה: 6

17



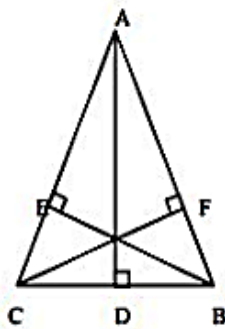
- BK הוא הגובה ליתר AC ו-BF הוא המיתרן ליתר AC במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$). הנקודה H היא אמצע BC ו-KH נחתכים בנקודה O. הוכח: $\angle BOK = 3 \angle ABK$

18



AB ו AC לצלעות CE ו BD
 במשולש ABC. התיכונים נפגשים בנקודה M.
 הנקודה F היא אמצע הקטע MC
 והנקודה G היא אמצע הקטע MB.
 הוכח שהמרובע EDFG הוא מקבילית.

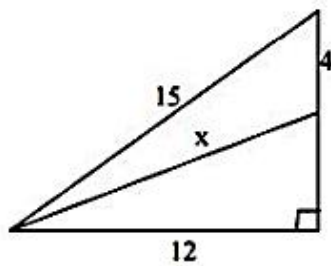
19



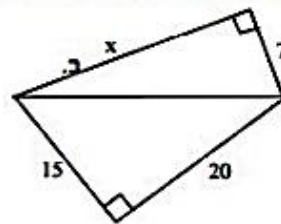
נתון משולש $\triangle ABC$.
 AD הוא גובה לצלע BC,
 BE הוא גובה לצלע AC,
 CF - גובה לצלע AB.
 נתון: $CD = BD$.

- א. הוכח כי המשולש $\triangle ABC$ שווה שוקיים.
 ב. הוכח כי המרובע BCEF הוא טרפז שווה שוקיים.

20



מצאו את ערכו של x על פי משפט פיתגורס בשרטוטים הבאים:



א.

תשובה: א) 24 ב) 13

טכניקה אלגברית

חוקי חזקות :

פשטו ע"פ חוקי החזקות

$$1. \frac{a^4 (ab)^6 \cdot a^3 b}{2 (ab)^3} =$$

$$2. (ab)^{x+8} \cdot (ab)^{2x} \cdot ab =$$

$$3. \frac{(ab)^8 \cdot ab^2}{(ab)^3} =$$

$$4. \left(\frac{x}{y}\right)^7 \cdot \frac{x \cdot (2x)^3}{16y} =$$

$$5. \left(\frac{a^8 b^{10}}{a^2 b^5}\right)^6 =$$

נוסחאות כפל מקוצר :

פשטו את הביטויים הבאים

$$6. (x^2 - 9)(x^2 + 9) =$$

$$7. (4a^2 - 6)(6 + 4a^2) =$$

$$8. (-6 - y)(6 - y) =$$

$$9. (x + 2x^2)^2 =$$

$$10. (9 - 4a)^2 =$$

$$11. (5x + 7)^2 =$$

$$12. (x + 2)(4 + x^2)(x - 2) =$$

$$13. -(x - 6)^2 - (x + 6)(x + 4) =$$

$$14. (a^{x+2} + 2a)^2 =$$

$$15. \left(6 - \frac{1}{6a}\right)^2 =$$

$$16. (x + 2b)(x - 2b) - x^2 - (x + 2b)^2 =$$

17 נתון: $ab = 18$, $(a + b)^2 = 81$
 חשבו את $a^2 + b^2$.

18. (א) נתון השוויון: $(x + 4)^2 = x^2 + 4^2$

מצאו ערך ל- x עבורו מתקיים השוויון.

(ב) נתון האי-שוויון: $(x + 4)^2 < x^2 + 4^2$

מצאו ערך ל- x עבורו מתקיים האי-שוויון.

(ג) נתון השוויון: $(x + 6)^2 = -1$

האם קיים ערך ל- x עבורו השוויון מתקיים? נמקו.

פירוק לגורמים:

פרקו לגורמים את הביטויים הבאים:

19 $64a^3 - 16a^3 + 80a^2 =$

20. $6x^2 + 2x^3 + 16x^4 =$

21. $x^2 + 10x - 9x - 90 =$

22. $a^2 - 5a - a + 5 =$

23. $7a(a - 2) - 14(a - 2) =$

24 $a(y - 2) + b(2 - y) =$

25 $6x(x^2 - 2x) - 3(x^2 - 2x) =$

26 $(3a - 1)^2 + 4(3a - 1) =$

27 $\frac{9}{x^2} - 81 =$

28 $-4a^2 + 1 =$

29 $2x^2 - 18x^2y^2 =$

30 $(3b + 4)^2 - (3b - 4)^2 =$

31 $16 - 24a^2 + 9a^4 =$

32 $16 - \frac{12}{a} + \frac{9}{4a^2} =$

33 $7x^4 - 7 =$

34 $x^2 - x - 90 =$

35 $x^2 - 9x - 36 =$

36 $x^2 + 9x - 36 =$

37 $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} =$

38 $6x^2 - 24x - 30 =$

39 $5x^2 - 25x - 70 =$

צמצום שברים אלגבריים :

צמצמו את השברים הבאים בעזרת פירוק לגורמים רשמו תחום הצבה :

40 $\frac{x^3 - 8x^2}{x} =$

41. $\frac{3x - 9}{x^2 - 6x + 9} =$

42. $\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 7x + 10} =$

כפלו את השברים. רשמו תחום הצבה:

43. $\frac{7x - 42}{20} \cdot \frac{10x}{x^2 - 12x + 36} =$

44. $\frac{x^2 - 8x + 15}{2x - 6} \cdot \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 3x - 10} =$

חלקו את השברים הבאים, צמצמו במידת האפשר ורשמו תחום הצבה :

45. $\frac{1 - 36x^2}{x^2 + 5x + 6} : \frac{x + 6x^2}{5x^2 - 20} =$

46. $\frac{3x^2 - 3x - 18}{x^2 - 4x + 3} : \frac{x^2 - 16}{2x^2 - 10x + 8} =$

פתרונות:

1. $\frac{1}{2} a^{10} b^4$
2. $(ab)^{3x+9}$
3. $a^6 b^7$
4. $\frac{x^{11}}{2y^8}$
5. $a^{36} b^{30}$
6. $x^4 - 81$
7. $16a^4 - 36$
8. $y^2 - 36$
9. $4x^4 + 4x^3 + x^2$
10. $16a^2 - 72a + 81$
11. $25x^2 + 70x + 49$

פתרון	קבוצת הצבה	מספר התרגיל
$x^2 - 8x$	$x \neq 0$	40
$\frac{3}{x-3}$	$x \neq 3$	41
$\frac{x+5}{x-5}$	$x \neq 2,5$	42
$\frac{7x}{2(x-6)}$	$x \neq 6$	43
x	$x \neq -2,5,3$	44
$\frac{5(x-2)(1-6x)}{x(x+3)}$	$x \neq -\frac{1}{6}, 0, -3, 2, -2$	45
$\frac{6(x+2)}{x+4}$	$x \neq 4, -4, 1, 3$	46

12. $x^4 - 16$
13. $-2x^2 + 2x - 60$
14. $a^{2x+4} + 4a^{x+3} + 4a^2$
15. $\frac{1}{36a^2} - \frac{2}{a} + 36$
16. $-x^2 - 4bx - 8b^2$
17. 45
18. א. $x=0$, ב. לכל $x < 0$, ג. לא
19. $16a(4 - a^2 + 5a)$
20. $2x^2(3 + x + 8x^2)$
21. $(x+10)(x-9)$
22. $(a-5)(a-1)$
23. $7(a-2)^2$
24. $(y-2)(a-b)$
25. $3x(x-2)(2x-1)$
26. $3(a+1)(3a-1)$
27. $9\left(\frac{1}{x}-3\right)\left(\frac{1}{x}+3\right)$
28. $(1+2a)(1-2a)$
29. $2x^2(1-3y)(1+3y)$
30. $48b$
31. $(4-3a^2)^2$
32. $\left(4-\frac{3}{2a}\right)^2$
33. $7(x-1)(x+1)(x^2+1)$
34. $(x+9)(x-10)$
35. $(x-12)(x+3)$
36. $(x+12)(x-3)$
37. $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$
38. $6(x-5)(x+1)$
39. $5(x-7)(x+2)$

4. משוואות רציונליות⁴

$$1. \quad 1 + \frac{6}{x-4} = \left(\frac{1}{x+4}\right) : \left(\frac{x-4}{3}\right)$$

$$2. \quad 1 + \frac{5}{x-5} - \frac{6}{x+5} = \frac{3}{x+5} + \left(\frac{25}{x+5}\right) \cdot \left(\frac{2}{x-5}\right)$$

$$3. \quad \left(\frac{2x-1}{3x-1}\right) \cdot \frac{1}{x} - \left(\frac{3}{3x-1}\right) \cdot \left(\frac{x}{3x+1}\right) = \frac{1}{6x+2}$$

$$4. \quad \left(\frac{1}{x+1}\right) : \left(\frac{x+1}{9-x}\right) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}$$

$$5. \quad \left(\frac{1}{x^2-4}\right) : \left(\frac{3}{9x^2-35}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-1}{x+2} - \frac{x-29}{6-3x}\right)$$

$$6. \quad \frac{5}{x} \cdot \left(\frac{1}{x-4} + \frac{9}{x+4}\right) - \frac{18}{x^2-16} = 0$$

$$7. \quad \left(\frac{x-6}{x-5} - 11\right) : (x+5) = 1 + \frac{x}{15-3x}$$

$$8. \quad \left(\frac{3}{x-2}\right)^2 - \frac{1}{x-2} \cdot (2x-7) = 0$$

$$9. \quad 1 : \left(\frac{x^2-6x+5}{x-3}\right) - 1 : \left(\frac{x^2-1}{5}\right) = 0$$

$$10. \quad \frac{4}{x} : \left(\frac{x+2}{x-1}\right) - \frac{1}{x+2} \cdot \left(\frac{5x-8}{x-2}\right) = \frac{1}{2x} \cdot \left(\frac{3x-4}{2-x}\right)$$

תשובות:

1. $x = -1$

2. $x = -1$

3. $x=1, x = -1/6$

4. $x=3, x=1.5$

5. $x = -3, x = 3/7$

6. $x = 5$

7. $x=6, x = -12$

8. $x=5, x=1/2$

9. $x=9.35, x=-2.35$

10. $x=4$

5. צמצום שברים

א.

עבור כל אחד מהשברים האלגבריים הבאים :

(i) רשמו מהו תחום ההצבה.

(ii) צמצמו.

$\frac{7b}{21c} =$		$\frac{96x}{12x} =$		$\frac{-7x^2}{x} =$		$\frac{9a+9b}{27} =$
	(ד)		(א)		(ב)	(א)
$\frac{x}{2x} =$		$\frac{35x}{x} =$		$\frac{-18xy}{24y} =$		$\frac{b}{3b} =$
	(ח)		(ו)		(ו)	(ה)
$\frac{(b-6)}{7(b-6)} =$		$\frac{9(a+b)}{99} =$		$\frac{2x}{140xy} =$		$\frac{100x}{200y} =$
	(יב)		(יא)		(י)	(ט)
$\frac{(x-3) \cdot 5}{3-x} =$		$\frac{11(a-b)}{(b-a)} =$		$\frac{6(a+b)}{17(a+b)} =$		$\frac{-99a}{-99b} =$
	(זט)		(טו)		(יד)	(ג)
$\frac{-(a+7)}{3(7+a)} =$		$\frac{-15(a-23)}{15(a-23)} =$		$\frac{-27xyz}{54xz} =$		$\frac{(a-44)}{3(44-a)} =$
	(כ)		(יט)		(יח)	(יז)

ב.

רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים האלגבריים הבאים.

$\frac{20c^2 - 5c + 35}{40c} =$		$\frac{7x - 49}{7} =$		$\frac{4a}{16 - 24a} =$
	(ג)		(ב)	(א)
$\frac{x^2 - x}{x - 1} =$		$\frac{3x - 15}{6x} =$		$\frac{x^2 - 10x}{x} =$
	(ו)		(ה)	(ד)
		$\frac{3x^2 - x}{1 - 3x} =$		$\frac{a - 2b}{4a - 8b} =$
			(ח)	(ז)

ג. רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים האלגבריים הבאים.

$\frac{1-2b}{8b-4} =$		$\frac{3x-15}{9x-45} =$		$\frac{x^2-10x}{3x-30} =$
	(ג)		(ב)	(א)
$\frac{12-24x}{24x-12} =$		$\frac{6-6a}{a-1} =$		$\frac{-9x-3}{3x+1} =$
	(ו)		(ה)	(ד)

עבודת קיץ במתמטיקה רמה מוגברת 4-5 יח"ל הרצליה תשפ"א

צמצום	תחום הצבה	תרגיל		צמצום	תחום הצבה	תרגיל
$-7x$	$x \neq 0$.ב.		$\frac{a+b}{3}$	כל המספרים	.א.
$\frac{b}{3c}$	$c \neq 0$.ד.		6	$x \neq 0$.ג.
$-\frac{3x}{4}$	$y \neq 0$.ו.			$b \neq 0$.ה.
	$x \neq 0$.ח.		35	$x \neq 0$.ז.
$\frac{1}{70y}$	$x \neq 0, y \neq 0$.י.		$\frac{x}{2y}$	$y \neq 0$.ט.
	$b \neq 6$.יב.		$\frac{a+b}{11}$	כל המספרים	.יא.
$\frac{6}{17}$	$a \neq -b$.יד.			$b \neq 0$.יג.
-5	$x \neq 3$.טז.		-11	$a \neq b$.טו.
$-\frac{y}{3}$	$x \neq 0, z \neq 0$.יח.		$-\frac{1}{3}$	$a \neq 44$.יז.
$-\frac{1}{3}$	$a \neq -7$.כ.		-1	$a \neq 23$.יט.

צמצום	תחום הצבה	תרגיל		צמצום	תחום הצבה	תרגיל
$x - 7$	כל המספרים	.ב.		$\frac{a}{4-6a}$	$a \neq \frac{2}{3}$.א.
$x - 5$	$x \neq 0$.ד.		$\frac{4c^2 - c + 7}{8c}$	$c \neq 0$.ג.
	$x \neq 1$.ו.		$\frac{x-5}{2}$	$x \neq 0$.ה.
$-x$	$x \neq \frac{1}{3}$.ח.			$a \neq 2b$.ז.

צמצום	תחום הצבה	תרגיל		צמצום	תחום הצבה	תרגיל
	$x \neq 5$.ב.			$x \neq 10$.א.
-3	$x \neq -\frac{1}{3}$.ד.		$-\frac{1}{4}$	$b \neq 2$.ג.
-1	$x \neq 2$.ו.		-6	$a \neq 1$.ה.

משוואות רציונאליות

פתרונות	
$x = -2$.15
$x = -2$.16
$x = -10$.17
$x = -5$.18
אין פתרונות	.19
$x \neq -1, x \neq 4$.20
$x_1 = 4, x_2 = -3$.21
אין פתרונות	.22
$x_1 = 4.5, x_2 = 1$.23
$(2, 3)$.24
$(1, 2)$.25
$(5, -2)$.26
$(12, 15)$.27
$x_1 = 9, x_2 = -5$ א.	.28
$x_1 = 6, x_2 = -14$ ב.	

$$\frac{1}{x^2 - 3x} = \frac{-4}{x^2 + 2x - 15} - \frac{1}{2x + 10} \quad .15$$

$$\frac{x-1}{2x-3} - \frac{x}{x+1} = \frac{6x+1}{2x^2-x-3} \quad .16$$

$$\frac{9x}{8x^2-50} + \frac{5}{2x^2-5x} = \frac{1}{x} \quad .17$$

$$\frac{3}{2x+2} + \frac{4}{x^2-1} = \frac{3x}{2(x-1)^2} \quad .18$$

$$\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x+2} = \frac{4x+3}{x^2-x-6} \quad .19$$

$$\frac{x-1}{x-4} - \frac{4x-1}{x^2-3x-4} = \frac{x}{x+1} \quad .20$$

$$\frac{x^2-25}{x+5} = x^2-17 \quad .21$$

$$\frac{x^3-3x^2}{x-3} = 6x-9 \quad .22$$

$$1 \parallel \left(\frac{1}{2x+6} - \frac{2}{11} \right) = \frac{3}{9-x^2} - 1 \quad .23$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 16 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases} \quad .24$$

$$\begin{cases} x + 3(y + 2) = 14 - x \\ 5(x - 2) + 2y = 1 - 2x \end{cases} \quad .25$$

$$\begin{cases} \frac{7y-1}{3} + \frac{3x+5}{10} = -3 \\ x - \frac{2}{5}(5y-1) = \frac{4y}{5} + 11 \end{cases} \quad .26$$

$$\begin{cases} \frac{8}{x} + \frac{5}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{10}{y} = 1 \end{cases} \quad .27$$

.28 פתור את המשוואות ללא פתיחת סוגריים:

א. $(x-2)^2 = 49$ ב. $(x+4)^2 = 100$

שאלות מילוליות

1.

ממקום מסוים יוצאים בו-זמנית שני הולכי רגל, אחד צפונה והשני – מזרחה. כעבור 5 שעות עובר הראשון 5 ק"מ יותר מהשני, והמרחק ביניהם מגיע ל-25 ק"מ. מהירויותיהם של הולכי הרגל הנ"ל לא השתנו בשעת ההליכה. מהי מהירותו לשעה של כל אחד מהולכי הרגל?

(עוזרי ושלו – ט' חלק ב': 128 / 33)

2.

הגדילו פעמיים את המספר 200 באותו אחוז, והתקבל המספר 288. סמנו ב- $x\%$ את אחוז ההגדלה, וענו על השאלות הבאות.
א. הביעו באמצעות x את המספר המתקבל לאחר ההגדלה הראשונה של 200 ב- $x\%$.
ב. הביעו באמצעות x את המספר המתקבל לאחר ההגדלה השנייה ב- $x\%$.
ג. בנו משוואה מתאימה ומצאו את x .

שאלות מתוך מתמטיקה לכיתה ט' – סדרת צמרת – עוזרי ושלו

3.

אוטובוס נוסע מדי יום במהירות קבועה מעיר A לעיר B. המרחק בין A ל-B הוא 120 ק"מ. יום אחד עצר האוטובוס עצירה לא מתוכננת מראש למשך 10 דקות, בדיוק באמצע הדרך בין A ל-B. כדי שהאוטובוס יספיק להגיע ל-B על-פי לוח הזמנים הרגיל, צריך היה לאחר העצירה להגביר את מהירותו ב-12 קמ"ש. מצאו את המהירות הרגילה של האוטובוס.

4.

בחנות נמכר מסך למחשב שמחירו 800 שקלים כמספר תשלומים שווים. אם לקוח מעונין להקטין את מספר התשלומים ב-5, מעניקה החנות הנחה בגובה של 13% ממחיר המסך. במקרה זה התשלום מתבצע בתשלומים שווים, כאשר כל תשלום גדול ב-132 שקלים מהתשלום החודשי המקורי.
מהו מספר התשלומים המקורי לרכישת המסך, ומהו הסכום של כל תשלום חודשי?

5.

רוכב אופניים יצא בשעה 5:30 בבוקר לחיפה ממושב המרוחק ממנה ב-50 ק"מ. בשעה 6:00 בבוקר יצא רוכב אופניים שני לחיפה מאותו המושב. הרוכב השני נע במהירות הגדולה מזו של הראשון ב-2 ק"מ לשעה, ופגש את הרוכב הראשון לפני הגיעו לחיפה. שעתיים לאחר הפגישה הגיע הרוכב הראשון לחיפה. (הרוכבים נסעו במהירויות קבועות).

x מסמן את מהירות הרוכב הראשון (בק"מ לשעה).

א. הסבירו מדוע $50-2x$ מבטא את הדרך (בק"מ) שעבר הרוכב הראשון עד לפגישה.

ב. חשבו את x (מהירות הרוכב הראשון).

6.

- ענת קנתה בקבוקי שוקו ובקבוקי חלב. בסך-הכול קנתה ענת 12 בקבוקים. עבור כל בקבוקי השוקו שילמה ענת 45 שקלים. עבור כל בקבוקי החלב שילמה ענת 12 שקלים. בקבוק שוקו יקר ב-1 שקל מבקבוק חלב.
- א. סמנו ב-x את מספר בקבוקי השוקו שקנתה ענת, והביעו באמצעותו את המחיר של בקבוק שוקו אחד.
- ב. סמנו ב-y את מספר בקבוקי החלב שקנתה ענת, והביעו באמצעותו את המחיר של בקבוק חלב אחד.
- ג. היעזרו בסעיפים א' ו-ב', ובנו מערכת משוואות המתאימה לבעיה.
- ד. כמה בקבוקי שוקו וכמה בקבוקי חלב קנתה ענת?

תשובות:

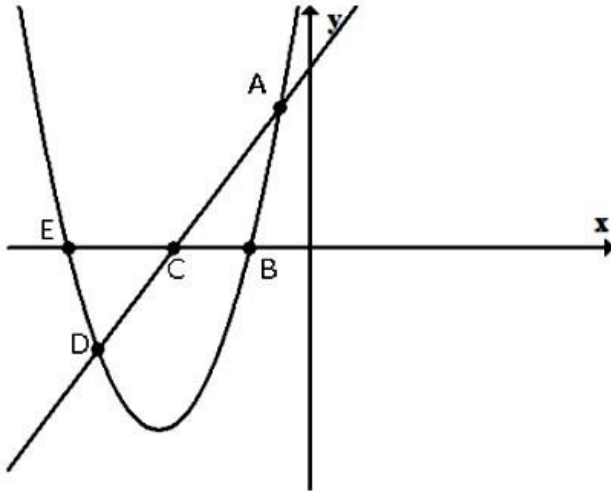
שאלות מילוליות

1. צפונה: 4 קמ"ש, מזרחה: 3 קמ"ש
2. א. $200 + 2x$, ב. $200 + 4x + \frac{x^2}{50}$, ג. $200 + 4x + \frac{x^2}{50} = 288$, ד. $x = 20$.
3. 60 קמ"ש.
4. 8 תשלומים, 100 ₪.
5. 10 קמ"ש
6. א. $\frac{45}{x}$, ב. $\frac{12}{y}$, ג. $\frac{45}{x} = \frac{12}{y} + 1$, ד. 9 שוקו, 3 חלב.

פונקציות קו ישר עם פרבולות

שאלה 1:

נתונות הפונקציות $g(x) = 2x + 9$. $f(x) = x^2 + 10x + 16$
 הגרפים של הפונקציות משורטטים.



א. שרטטו משולש ABC וחשבו

את

שטחו.

ב. שרטטו משולש DEC וחשבו

את

שטחו.

ג. מצאו את משוואת הפונקציה

של

הקו הישר העובר דרך

הנקודות DB.

ד. מצאו את התחום המשותף בו

$f(x) < 0$ וגם $g(x) < 0$

תשובה: א) 8.75 יח"ר

ב) 8.75 יח"ר

ג) $2+y=x$

ד) $-8 < x < -4.5$

שאלה 2:

נתונות הפונקציות $f(x) = (x - 3)^2$

$g(x) = x - 1$ -1

לפניכם שרטוט הגרפים של הפונקציות:

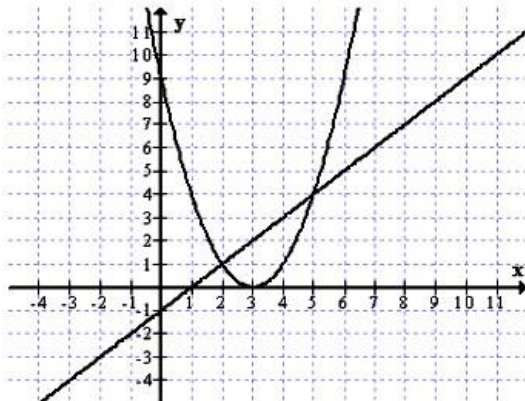
א. רשמו את התחום שבו $f(x) < g(x)$

ב. שרטטו (בקו מקווקו) על אותה מערכת צירים

גרף של הפונקציה $m(x) = (x - 3)^2 - 4$

ג. מצאו עבור אילו ערכים של x

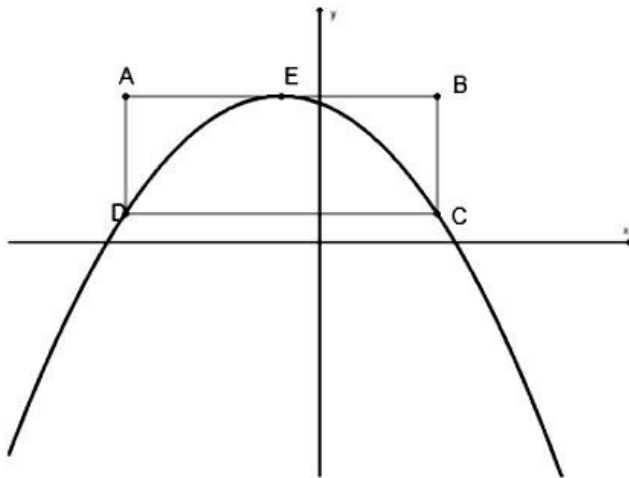
$m(x) = g(x)$ (הציגו פתרון אלגברי)



תשובה: א) $2 < x < 5$

ג) $x=6, x=1$

שאלה 3:



נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 5$.

נתון מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.
 שיעורי הקודקוד A של המלבן הם $(-5, 5)$.
 E קודקוד הפרבולה. הנקודה E נמצאת באמצע הצלע AB של המלבן.
 הפרבולה עוברת דרך הקודקודים C, D של המלבן.
 א. חשבו את שיעורי הנקודות B, C, D של המלבן. נמקו.

ב. מצאו את משוואת הישר העובר דרך קודקוד הפרבולה E לקודקוד D של המלבן.
 ג. חשבו את היקפו של משולש EDC.

ד. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + m$.

רשמו דוגמה לערך של הפרמטר m כך שתתקבל פונקציה ריבועית שאין לה נקודות חיתוך עם המלבן. נמקו. $m = \underline{\hspace{2cm}}$

תשובה: א) $(3, 5)$, $(3, 1)$, $(-5, 1)$ ב) $6+y=x$ ג) 19.32 ד) $1=m$

שאלה 4:

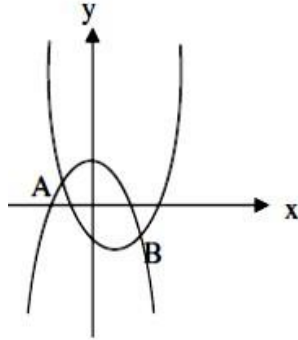
נתונות הפונקציות $y = mx + 5$, $y = a(x-2)^2 - 3$.

א. מה צריך להיות הערך של m אם נתון שהגרף של הפונקציה הקווית עובר דרך הקודקוד של הפונקציה הריבועית?
 ב. מה צריך להיות הערך של a אם נתון שהגרף של הפונקציה הריבועית עובר דרך נקודת החיתוך עם ציר ה-y של הפונקציה הקווית?

תשובה: א) $4=-m$ ב) $2=a$

שתי פונקציות ריבועיות

שאלה 1:



בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -x^2 + 2 \quad \text{ו-} \quad f(x) = x^2 - 2x - 2$$

- מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.
- מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $f(x)$?
- מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של $g(x)$?
- מהם התחומים בהם $f(x)$ מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?
- מהם התחומים בהם $g(x)$ מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?

תשובה:

- $A(-1,1)$ $B(2,-2)$ ב. $y = -x$ ג. עליה: $x > 1$ ירידה: $x < 1$ ד. עליה $x < 0$ ירידה $x > 0$ ה. $f(x) > 0$ עבור $x > 2.73$ או $x < -0.73$, $f(x) < 0$ עבור $-0.73 < x < 2.73$, $g(x) > 0$ עבור $-1.41 < x < 1.41$, $g(x) < 0$ עבור $x > 1.41$ או $x < -1.41$

שאלה 2:

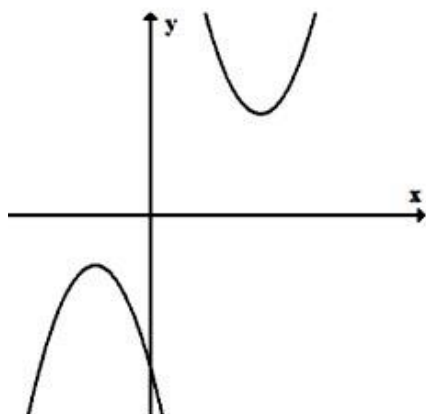
נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2 - 5$ ו- $g(x) = 2x^2 - 3x$ ענו על הסעיפים הבאים ונמקו

כל סעיף:

- האם לגרף פונקציה $m(x) = (x-3)^2 + 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?
- האם לגרף הפונקציה $t(x) = 2x^2 + 3x$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$?
- האם לגרף הפונקציה $p(x) = -(x-3)^2 - 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?
- חשבו את ערכי x עבורם $f(x) = g(x)$.

תשובה: א) לא ב) כן ג) כן ד) $(-4,44)$ $(1, -1)$

שאלה 3:



לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאות יכול להיות

הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו?

נמקו את בחירתכם.

i. $y = -x^2 - 3x$, $y = x^2 - 2x + 1$

ii. $y = x^2 + 3$, $y = -(x + 2)^2 - 2$

iii. $y = -x^2 - 2$, $y = (x - 4)^2 + 4$

iv. $y = (x - 4)^2 + 4$, $y = -(x + 2)^2 - 2$

ב. חברו בקו בין נקודות הקדקוד של הפרבולות

וכתבו את משוואת הישר שמתקבל.

הציגו את דרך הפתרון.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע שבין שני הקדקודים של הפרבולות,

הציגו את דרך החישוב.

תשובה : א) 4 ב) $y=x$ ג) 8.49

שאלה 4:

משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

הנקודות K, P הן הקדקודים של הפרבולות.

א. חשבו את שיעורי הנקודות: A, B , הציגו דרך חישוב.

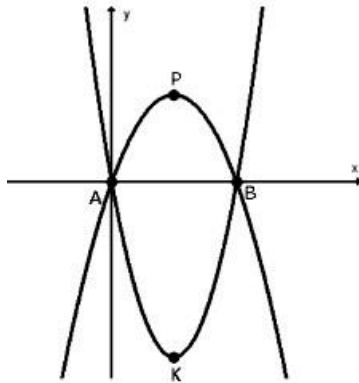
ב. חשבו את המרחק בין P ל- K . הציגו דרך חישוב.

ג. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית העוברת דרך A ו- P .

הציגו דרך פתרון.

ד. לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון"

לכל אחת מהטענות:



טענה	נכון	לא נכון
$f(-2) = 8$		
המרובע שקדקודיו הם הנקודות A, P, B, K הוא דלתון		
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$		
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים		

ה. השלימו:

i. היא הזזה אנכית של $f(x)$ ב- _____ יחידות. $m(x) = 2(x - 2)^2 + 6$

ii. היא הזזה אופקית של $g(x)$ ב- _____ יחידות. $t(x) = -(x - 6)^2 + 4$

תשובה: א) (0,0) (4,0) ב) 12 יח' ג) $y=2x$ ד) 1. לא נכון 2. נכון 3. נכון 4. לא נכון

ה) (1, 14) יח' (2, 4) יח'

דף נוסחאות

$$y = mx + b$$

פונקציה קווית

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

שיפועו של קו ישר העובר בנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2)

חוקי חזקות

$$a^m a^k = a^{m+k}$$

$$\frac{a^m}{a^k} = a^{m-k} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^m)^k = a^{mk}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (a \neq 0)$$

נוסחאות הכפל המקוצר

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

פונקציה ריבועית

$$x = \frac{-b}{2a}$$

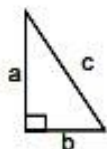
קודקוד הפרבולה

$$a \neq 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$$

משוואה ריבועית

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

נוסחת השורשים



$$a^2 + b^2 = c^2$$

משפט פיתגורס

$$2 \cdot \pi \cdot r$$

היקף מעגל:

$$\pi \cdot r^2$$

שטח עיגול:

רשימת משפטים בגאומטריה

המשפטים

1. זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- 180° .
2. זוויות קדקודיות שוות זו לזו.
3. במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.
4. במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.
5. סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
6. במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
7. אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
8. אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
9. אם במשולש גובה הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
10. במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זווית גדולה יותר.
11. במשולש (שאינו שווה זוויות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.
12. סכום הזוויות של משולש הוא 180° .
13. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
14. קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
15. ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.
16. קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.
17. משפט חפיפה ז.ז.צ.
18. משפט חפיפה ז.צ.ז.
19. משפט חפיפה צ.צ.צ.
20. משפט חפיפה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים.
21. האלכסון הראשי בדתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון השני ומאונך לו.
22. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, אז שני הישרים מקבילים.
23. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות אז שני הישרים מקבילים.
24. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא 180° אז שני הישרים מקבילים.
25. אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז:
 - א. כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
 - ב. כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
 - ג. סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא 180° .
26. במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
27. במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
28. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
29. מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
30. מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.

31. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
32. מרובע שאלכסונו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
33. במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.
34. מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.
35. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
36. מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
37. אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
38. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
39. בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
40. טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
41. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
42. טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
43. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
44. בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה..
45. משפט פיתגורס : במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
46. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
47. משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.
48. אם במשולש ישר זווית, זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.
49. אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זווית שגודלה 30° .
50. משפט דמיון ז. ז.
51. במשולשים דומים:
 - א. יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.