

עבודת קיץ במתמטיקה



עבודת קיץ במתמטיקה מחטיבה לכל התיכונים בעיר הרצליה ברמה הרגילה לתלמידים המשובצים ברמת 3 יח"ל

לפניכם עבודת קיץ שמטרתה לסכם ולחזור על הנושאים שנלמדו
בחטיבה.

מקצוע המתמטיקה דורש תרגול מעמיק ורציף לאורך הלמידה.
אנו ממליצים לכם להתחיל בביצוע העבודה כבר בתחילת החופשה ולא
לדחות אותה לרגע האחרון.

מאחלים לכם הצלחה רבה וחופשה נעימה

"מה שחשוב זה
לא להפסיק לשאול"

אלברט איינשטיין

אלגברה

משוואות, גרפים של ישרים ופרבולות

1. פתרו את המשוואה: $2 - \frac{2x-1}{3} + \frac{1-3x}{7} = 7-2x$

2. פתרו את המשוואה:

$$\frac{8x+3}{5} - \frac{11x-9}{6} + \frac{4x+3}{15} = \frac{11x+15}{10}$$

3. פתרו את המשוואה: $\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$

4. פתרו את המשוואות הבאות:

(א) $-6 = \frac{2-x}{3}$ (ב) $\frac{3-x}{3} - x = 5$

(ג) $x - \frac{x}{2} = 3x - 45$ (ד) $\frac{3x}{8} - 2 = \frac{x}{16} + \frac{1}{2}$

(ה) $\frac{3x+8}{2} - 4x = \frac{x-5}{3}$ (ו) $\frac{x+7}{3} - \frac{x-1}{2} = -2 - 5x$

(ז) $\frac{4x+5}{3} - 2x = \frac{5-3x}{4}$ (ח) $2 - \frac{2x-1}{3} + x = 7 - \frac{5+2x}{5}$

(ט) $\frac{2x+3}{2} - 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x$ (י) $\frac{2x-1}{4} - 1 = \frac{6x+15}{12}$

5. פתרו את המשוואה: $(x-2)^2 - x(x-2) = 0$

6. פתרו את המשוואה: $(x-5)^2 = x(x+15)$

7. פתרו את המשוואה: $(x-5)^2 = x^2 - 5$

8. פתרו את מערכות המשוואות הבאות בשיטת ההצבה.

(בודדו תחילה את אחד המשתנים).

$$\begin{cases} 3x + 4y = 13 & (א) \\ x - \frac{1}{3} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y = 70 & (ב) \\ x - 5y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 5 & (ג) \\ x - y = 7 \end{cases}$$

9. פתרו את מערכות המשוואות הבאות.

$$\begin{cases} 2x - y = 19 & (א) \\ y = -x - 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 6 & (ב) \\ x = -y - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x = 10 - y & (ג) \\ 3y + 2 = 4x \end{cases}$$

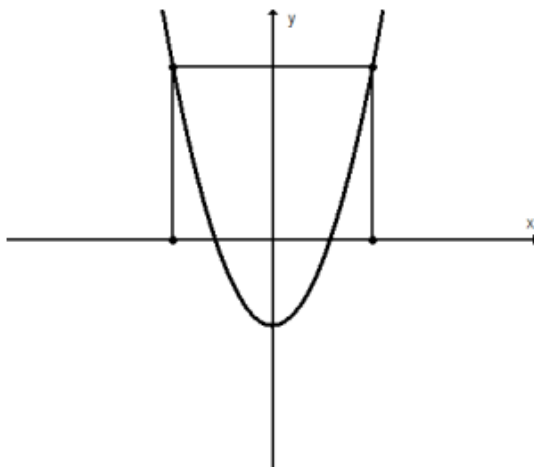
$$\begin{cases} 7x + 3y = 5 & (ד) \\ -y = 11 - 4x \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 7y = -10 & (ה) \\ x = 3y - 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x + 14y = 2 & (ו) \\ y = -17 + 3x \end{cases}$$

בעיות מילוליות

- 3 ק"ג תפוחים ו-5 ק"ג אגסים עולים יחד 25 שקלים. 4 ק"ג תפוחים ו-2 ק"ג אגסים עולים יחד 17 שקלים.
מהו המחיר של ק"ג תפוחים, ומהו המחיר של ק"ג אגסים?
- 5 ק"ג תפוחים ו-3 ק"ג אגסים עולים יחד 26 שקלים. התשלום עבור 4 ק"ג תפוחים גבוה בשקל אחד מהתשלום עבור 2 ק"ג אגסים. מהו המחיר של 1 ק"ג תפוחים, ומהו המחיר של 1 ק"ג אגסים?
- 4 חבילות מרגרינה ו-3 חבילות חמאה עולות יחד 27 שקלים. התשלום עבור 10 חבילות מרגרינה שווה לתשלום עבור 6 חבילות חמאה. מהו מחירה של חבילת מרגרינה, ומהו מחירה של חבילת חמאה?
- גיל קנה 3 מחברות ו-2 עפרונות ושילם 4 שקלים. אייל קנה 5 מחברות ו-4 עפרונות ושילם 7 שקלים. קרן קנתה 4 מחברות ו-3 עפרונות. כמה שילמה קרן?
- מחיר הכניסה לקולנוע הוא 35 שקלים לכרטיס רגיל ו-28 שקלים לילד כרטיס מוזל. קבוצה של 18 אנשים שילמה בסך הכול 532 שקלים דמי כניסה. כמה כרטיסים רגילים וכמה כרטיסים מוזלים נקנו?

1) חקרו את הפונקציה

$g(x) = (x + 4)(x - 2)$	חוק הפונקציה
	סקיצה
	משוואת ציר הסימטריה
	שיעורי נקודת הקודקוד
	שיעורי נקודות חיתוך עם ציר x (נקודות אפס, $y = 0$)
	שיעורי נקודת חיתוך עם ציר y ($x = 0$)
	תחום עלייה של הפונקציה
	תחום ירידה של הפונקציה
	התחום בו הפונקציה חיובית ($y > 0$)
	התחום בו הפונקציה שלילית ($y < 0$)

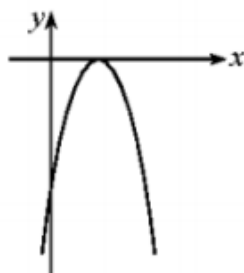


2) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 3$

א. E קדקוד הפרבולה.
מהם שיעורי הנקודה E?

ב. נתון ריבוע שצלע אחת שלו מונחת על ציר x והצלעות האחרות מקבילות לצירים. שניים מקדקודי הריבוע מונחים על גרף הפונקציה. שיעורי הקדקוד A של הריבוע הוא $(-3, 6)$.

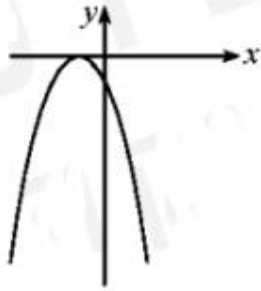
חשבו את שיעורי הנקודות B, C, D של הריבוע. נמקו.



3) בצויר שלפניך משורטט גרף

הפונקציה $y = -x^2 + 6x - 9$.

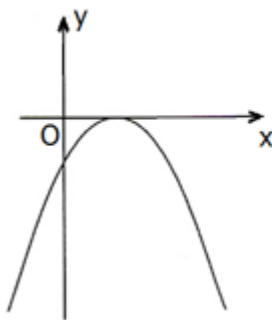
- (א) מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
 (ב) עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה שלילית?
 (ג) מהו הערך המקסימלי שהפונקציה מקבלת, ובאיזו נקודה מתקבל ערך זה?
 (ד) עבור אילו ערכי x הפונקציה יורדת?



4) בציר שלפניך משורטט גרף

הפונקציה $y = -x^2 - 2x - 1$.

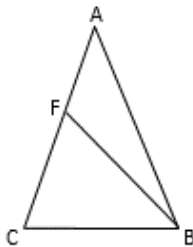
- (א) מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
- (ב) עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה שלילית?
- (ג) מהו הערך המקסימלי שהפונקציה מקבלת, ובאיזו נקודה מתקבל ערך זה?
- (ד) עבור אילו ערכי x הפונקציה יורדת?



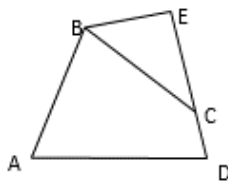
5) לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 4x - 4$

- א. מצאו את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
- ב. עבור אילו ערכים של x הפונקציה הנתונה שלילית?
- ג. מהו הערך המקסימלי שהפונקציה מקבלת, ובאיזו נקודה מתקבל ערך זה?
- ד. עבור אילו ערכים של x הפונקציה יורדת?

גיאומטריה של המישור

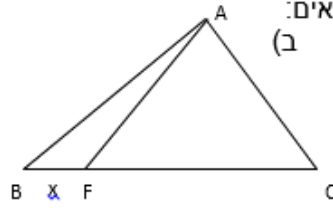


1. נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AC=AB$) ומשולש שווה שוקיים BCF ($BC=BF$). $\angle ABF = 24^\circ$. חשב את זוויות המשולש ABC.
תשובה: $44^\circ, 68^\circ, 68^\circ$.



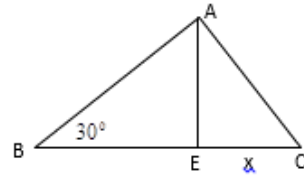
2. בשרטוט נתון DCE - קו ישר.
 $\angle E = 52^\circ, \angle ABC = 65^\circ, \angle BAD = \angle D = \angle EBC = x$
מצא את x .
תשובה: $x = 81^\circ$.

עבודת קיץ במתמטיקה רמה רגילה 3 יח"ל הרצליה תשפ"א



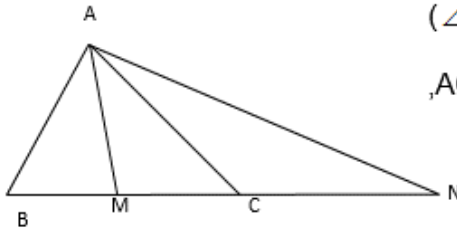
$AC = AB$, $BC = 21$ מ"ס
 $\angle FAC = 90^\circ$ $\angle B = 30^\circ$

תשובה: $x = 7$ מ"ס

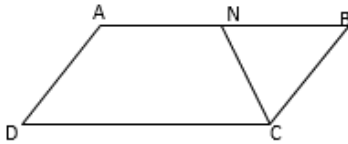


$BC = 12$ מ"ס, $\angle EAC = 30^\circ$, $AE \perp BC$

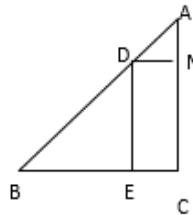
תשובה: $x = 3$ מ"ס



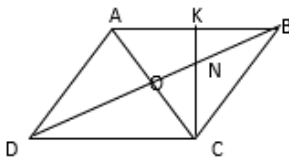
4. הנתונים שבשרטוט הם:
 ABC הוא משולש ישר זווית. ($\angle BAC = 90^\circ$)
 AM - תיכון ליתר BC.
 המשולש CAN הוא שווה שוקיים ($AC = CN$)
 $\angle BAM = 35^\circ$
 חשב את $\angle N$
 תשובה: 27.5°



5. במקבילית ABCD, $\angle DCB = \alpha$ הוא חוצה הזווית $\angle DCB$,
 $BC = 9$ מ"ס, $DC = 15$ מ"ס
 חשב את אורך הקטע AN.
 תשובה: 6 מ"ס

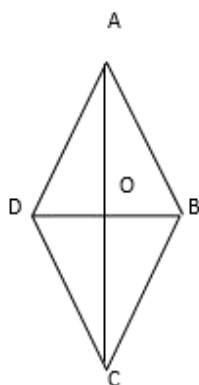


6. המשולש ABC הוא ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$), ושווה שוקיים.
 $BC = 20$ מ"ס. המרובע EDNC הוא מלבן.
 חשב את היקף המלבן.
 תשובה: 40 מ"ס



7. המרובע ABCD הוא מעוין,
 $CN = NB$, $ON = AO$
 חשב את הזווית הקהה של מעוין.
 תשובה: 135°

עבודת קיץ במתמטיקה רמה רגילה 3 יח"ל הרצליה תשפ"א



8. במעויין ABCD נתון: $DB=12$ ס"מ, $AC=16$ ס"מ.
 חשב: א) את אורך הצלע של המעויין.
 ב) היקף המעויין.
 ג) שטח המשולש AOB.
 ד) שטח המעויין ABCD.

9. משולש ABC ישר זווית ושוה שוקיים. $\angle C = 90^\circ$.

$AC = BC$, EFDC ריבוע.

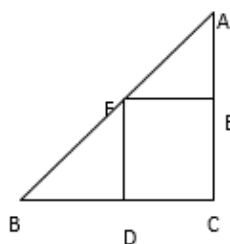
א) איזה מרובע הוא AFDC? נמק!

ב) ידוע כי היקף המשולש BFD קטן ב- 24 ס"מ מהיקף המרובע AFDC.

1. חשב את אורך צלע הריבוע. (תשובה: 12 ס"מ).

2. מצא את שטח הריבוע EFDC. (תשובה: 144 סמ"ר).

3. מצא את שטח המשולש ABC. (תשובה: 288 סמ"ר).



פתרונות

6. (-1,5)

7. (א) (6,4) (ב) (0,-8) ; (0,20/9)

8. (א) (3,3) (ב) למשל: $x = 3$

9. (א) (5,3) (ב) יורדים 7

10. $x = 2$

11. $x = 1$

12. $x = 3$

תשובות - משוואות

1. $x = 5$

2. $x = \frac{3}{4}$

3. $x = 17$

4. $x = 6$

5. $x = 2$

תשובות - בעיות מילוליות

1. ק"ג תפוחים - 2.5 שקלים,

ק"ג אגסים - 3.5 שקלים

2. ק"ג תפוחים - 2.5 שקלים,

ק"ג אגסים - 4.5 שקלים

3. חבילת מרגרינה - 3 שקלים,

חבילת חמאה - 5 שקלים

4. 5.5 שקלים

5. 14 מזלים ו-4 רגילים

דף נוסחאות

$$y = mx + b$$

פונקציה קווית

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

שיפועו של קו ישר העובר בנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2)

חוקי חזקות

$$a^m a^k = a^{m+k}$$

$$\frac{a^m}{a^k} = a^{m-k} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^m)^k = a^{mk}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (a \neq 0)$$

נוסחאות הכפל המקוצר

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

פונקציה ריבועית

$$x = \frac{-b}{2a}$$

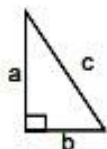
קודקוד הפרבולה

$$a \neq 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$$

משוואה ריבועית

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

נוסחת השורשים



$$a^2 + b^2 = c^2$$

משפט פיתגורס

$$2 \cdot \pi \cdot r$$

היקף מעגל:

$$\pi \cdot r^2$$

שטח עיגול:

רשימת משפטים בגאומטריה

המשפטים

1. זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- 180° .
2. זוויות קדקודיות שוות זו לזו.
3. במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.
4. במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.
5. סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
6. במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
7. אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
8. אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
9. אם במשולש גובה הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
10. במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זווית גדולה יותר.
11. במשולש (שאינו שווה זוויות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.
12. סכום הזוויות של משולש הוא 180° .
13. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
14. קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
15. ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.
16. קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.
17. משפט חפיפה ז.ז.צ.
18. משפט חפיפה ז.צ.ז.
19. משפט חפיפה צ.צ.צ.
20. משפט חפיפה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים.
21. האלכסון הראשי בדתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון השני ומאונך לו.
22. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, אז שני הישרים מקבילים.
23. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות אז שני הישרים מקבילים.
24. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא 180° אז שני הישרים מקבילים.
25. אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז:
 - א. כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
 - ב. כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
 - ג. סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא 180° .
26. במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
27. במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
28. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
29. מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
30. מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.

31. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
32. מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
33. במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.
34. מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.
35. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
36. מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
37. אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
38. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
39. בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
40. טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
41. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
42. טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
43. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
44. בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה..
45. משפט פיתגורס : במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
46. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
47. משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.
48. אם במשולש ישר זווית, זווית חדה של 30° , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.
49. אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זווית שגודלה 30° .
50. משפט דמיון ז. ז.
51. במשולשים דומים:
 - א. יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.