

# חוברת תרגול, העמקה והרחבה לתלמידי כיתה ט'- רמה מוגברת

“המקום היחיד בו הצלחה מגיעה לפני עבודה הוא במילון.  
עבודה קשה היא המחיר שאנחנו צריכים לשלם כדי להצליח.  
אני מאמין שאדם יכול להשיג הכול.  
רק במידה והוא מוכן לשלם את מחיר ההשקעה”  
וינס לומברדי

## תוכן

- |         |                           |
|---------|---------------------------|
| עמוד 3  | 1. פונקציות               |
| עמוד 17 | 2. טכניקה אלגברית         |
| עמוד 32 | 3. בעיות מילוליות         |
| עמוד 47 | 4. הוכחת משולשים          |
| עמוד 51 | 5. הוכחת מרובעים          |
| עמוד 58 | 6. שאלות נוספות בגאומטריה |
| עמוד 65 | 7. שאלות אנטגרטיביות      |
| עמוד 71 | 8. דף נוסחאות             |
| עמוד 72 | 9. דף משפטים              |



# תרגול בנושא פונקציות

## פונקציית הקו הישר

### שאלה 1:

הצלעות של המרובע  $ABCO$  מונחות על: ציר ה- $x$ , הישר  $y = x$ , הישר  $y = x - 5$ ,

הישר  $x = a$ ,  $a > 5$

א. איזה מרובע הוא  $ABCO$ ? נמקו.

ב. הציעו ערך מתאים לפרמטר  $a$  וציינו את

שיעורי הקדקודים:  $A, B, C, D$

על פי ערך ה- $a$  שקבעתם:

ג1. חשבו את שטח המשולש  $ABD$

ג2. חשבו את שטח המשולש  $ADC$

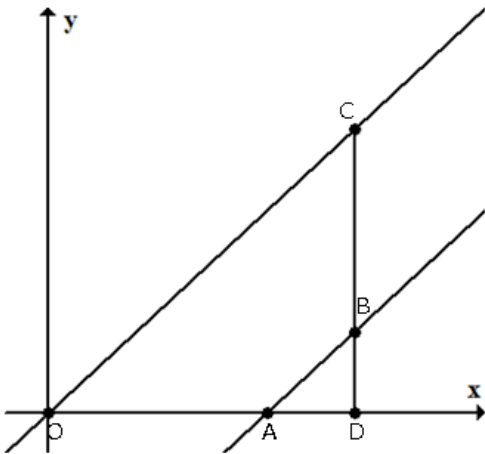
ג3. חשבו את שטח המרובע  $ABCO$

ד. מצאו את הערך של  $a$  אם ידוע ששטח

המרובע  $ABCO$  שווה 22.5 יחידות ריבועיות.

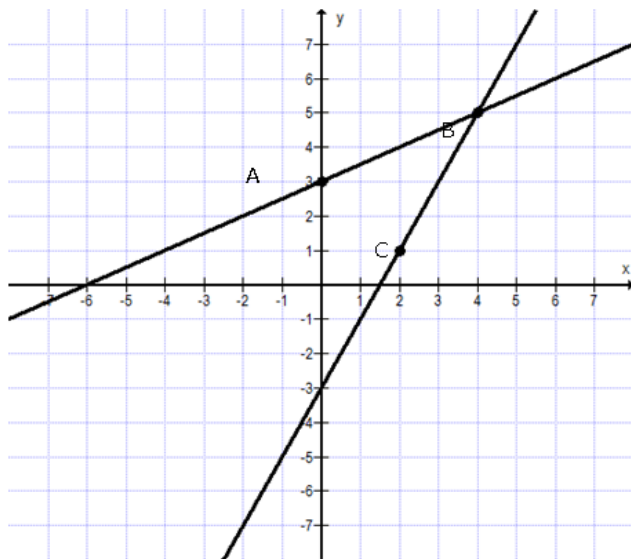
הציגו את דרך הפתרון.

תשובה: (א) טרפז  $7 = a(D)$



## שאלה 2:

לפניכם מערכת צירים ועליה שני גרפים של שתי פונקציות קוויות.



הנקודות A, C מונחות על הגרפים. הנקודה B

היא נקודת החיתוך של הגרפים.

א. הסבירו מדוע  $AB = BC$

ב. כתבו את משוואות הפונקציות הקוויות:

\_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_

ג. סמנו נקודה D כך שיתקבל מעוין ABCD.

כתבו את שיעורי הנקודה D.

ד. כתבו את משוואות הפונקציות הקוויות עליהן

מונחים הקטעים AD, CD. \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_

ה. העבירו את האלכסונים AC, BD והראו

שמכפלת השיפועים של הישרים עליהם

מונחים האלכסונים שווה 1-

תשובה (ב):  $y=0.5x$  ,  $3+y=2x-3$

## שאלה 3:

נתונות שתי פונקציות קוויות.

$$(1) \quad y - x = 2 \quad (2) \quad 2x + y = 8$$

א. התאם לכל פונקציה את הישר המתאר אותה.

נמק את תשובתך.

ב. מצא את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, E.

הסבר כל שלב בפתרון

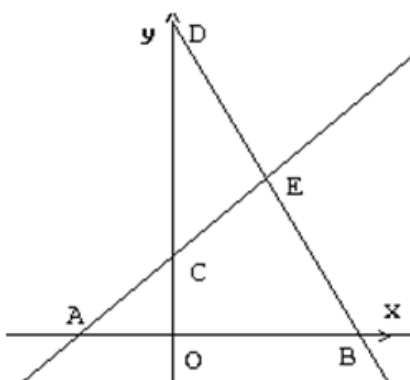
ג. מצא את שטחי המשולשים:

$\triangle AOC$ ,  $\triangle CDE$ ,  $\triangle ABE$ .

הסבר את כל חישוביך.

ד. מצא את שטח המרובע OCEB.

הסבר את חישוביך. (רמז: ניתן להיעזר בסעיף ג')



תשובה: א)  $DB$   $2x+y$  ,  $8=AE$   $y-x=2$

ב) A(0,2) C(0,8) E(2,4) B(4,0) D(-2,0)

ג) 2 יח"ר, 6 יח"ר, 12 יח"ר

ד) 10 יח"ר

#### שאלה 4:

- א. נתונה משפחה של פונקציות קוויות מהצורה  $y = 2x + b$   
ב. בטאו את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר x באמצעות הפרמטר  $b$ .  
ב. נתונה משפחה של פונקציות קוויות מהצורה  $y = mx + 3$ ,  $m > 0$   
בטאו את שיעורי נקודת החיתוך עם ציר x באמצעות הפרמטר  $m$ .

תשובה: א)  $b = 0.5$  - ב)  $\frac{-3}{m}$

#### שאלה 5:

נתונות שתי פונקציות קוויות  $f(x) = 0.5x - 4$

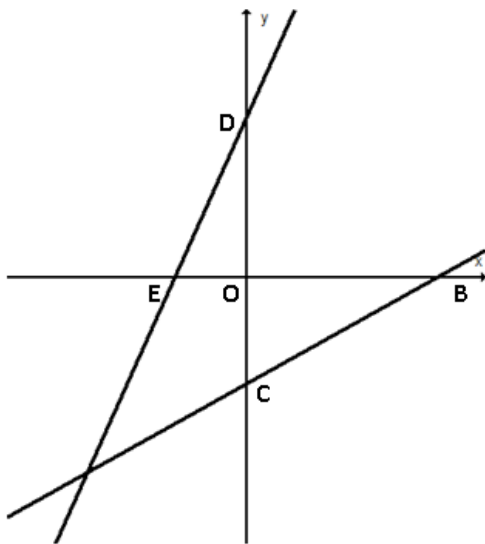
$$g(x) = mx + b$$

משורטטים הגרפים של שתי הפונקציות במערכת הצירים. הישרים יוצרים משולש ישר זווית עם הצירים.

נתון:  $\Delta OBC \sim \Delta ODE$ ,  $\frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta ODE}} = \frac{16}{9}$

א. מצאו את הפרמטרים  $m, b$

ב. חשבו את היקף המרובע DECB



תשובה: א)  $b = 2, m = 6$  ב) 30.65 יח'



## פונקציה ריבועית

### שאלה 1:

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 1 \quad \text{נתונה הפונקציה:}$$

א. מצאו את שיעור ה- $x$  של קדקוד הפרבולה.

היעזרו בשיעורי הקדקוד של הפרבולה שמצאתם כדי לענות על סעיפים ב' ג'

ב. נתון כי  $f(-1) = 10$ , מצאו את  $f(3)$  ג.  $f(5) = 46$ . נתון כי  $f(x) = 46$  מצאו את  $x$  אם  $x \neq 5$

ד. נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר  $x$  נמצאות:

I. בחלק החיובי של ציר  $x$  II. נקודה אחת בראשית הצירים והשנייה בחלק החיובי של הציר

III. נקודת אחת בחלק החיובי של ציר  $x$  ונקודה אחת בחלק השלילי של הציר IV. בחלק השלילי של ציר  $x$

נמקו.

תשובה: א)  $x=1$  ב)  $f(3)=10$  ג)  $f(-3)=46$  ד) 1

### שאלה 2:

בפונקציה ריבועית  $t(x)$  נתון:  $t(0) = t(-5) = 2$

א. מה שיעור ה- $x$  של קדקוד הפרבולה?

ב. איזו מבין הפונקציות הבאות מתאימה לנתונים הנ"ל?

I.  $t(x) = x^2 - 5x + 2$  II.  $t(x) = 2x^2 + 10x + 2$

III.  $t(x) = x^2 + 5x + 1$  IV.  $t(x) = -2x^2 - 10x - 2$

תשובה: א)  $x=-2.5$  ב) 2

### שאלה 3:

$$x^2 + 6x + 15 = \underline{\hspace{2cm}}$$

א. איזה מספר יש לרשום במקום הריק כדי שלמשוואה יהיה פתרון ממשי יחיד?                     

ב. מהו פתרון המשוואה?                     

ג. כתבו מספר במקום הריק כך שלמשוואה לא יהיה פתרון. נמקו את בחירתכם.

ד. כתבו ביטוי אלגברי במקום הריק כך שלמשוואה לא יהיה פתרון. נמקו את בחירתכם.

תשובה: א) 6 ב)  $x=-3$  ג)  $x < 6$

#### שאלה 4:

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2(x - 5)^2 - 4$   
 נתונות טענות המתייחסות לפונקציה. סמנו נכון / לא נכון ונמקו (אין צורך לחשב):

טענה	נכון / לא נכון	נימוק
לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות חיתוך עם ציר $x$		
נתונה פונקציה נוספת $g(x) = -x(x - 10)$ . לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ אותו ציר סימטרייה		
לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ אותה נקודת קדקוד		
נתונה הפונקציה $m(x) = 2x^2 - x - 1$ . הפונקציות $f(x)$ ו- $m(x)$ "מתלכדות".		
לכל $x$ , ההפרש בין הפונקציה $f(x)$ לפונקציה $t(x) = f(x) + 4$ הוא 4.		

(תשובה: א) נכון (ב) נכון (ג) לא נכון (ד) לא נכון (ה) נכון

#### שאלה 5:

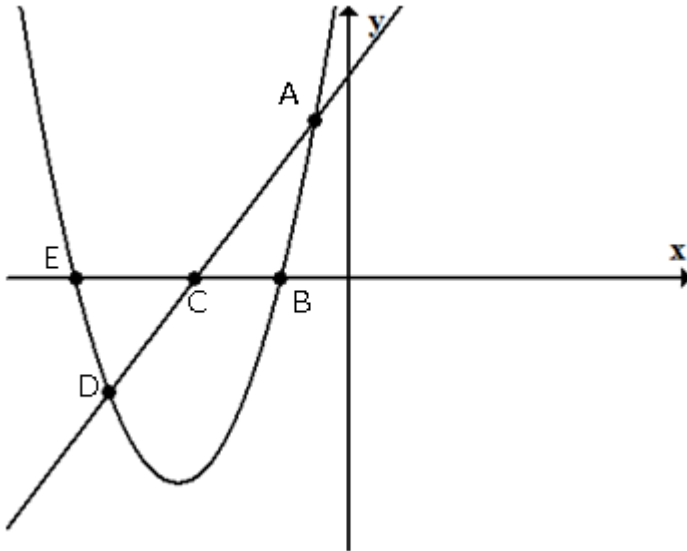
גרף הפונקציה  $h(x)$  נוצר על ידי הזזת הפונקציה  $f(x) = x^2$ .  
 נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ ) הן  $(2,0)$  ו- $(8,0)$  ונקודת הפרבולה  $h(x)$  מונח על הישר  $y = -9$ .  
 א. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה  $h(x)$ ?  
 ב. רשמו את משוואת הפרבולה  $h(x)$ .  
 ג. שרטטו את גרף הפונקציה  $h(x)$ .  
 ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $h(x)$ .  
 ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $h(x)$ .  
 ו. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה  $h(x)$  כלפי מעלה, כדי שתתקבל פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?

תשובה: א)  $(-9, 5)$  ב)  $16 - 10x$   $h(x) = x^2$  עליה  $x < 5$ , ירידה  $x > 5$   
 ה) חיוביות  $x < 8$  או  $x > 2$ ,  $2 < x < 8$  שליליות  
 ו) 9 יח'  $(5, 0)$

## פונקציות קו ישר עם פרבולות

### שאלה 1:

נתונות הפונקציות  $g(x) = 2x + 9$ .  $f(x) = x^2 + 10x + 16$   
 הגרפים של הפונקציות משורטטים.



א. שרטטו משולש ABC וחשבו

את

שטחו.

ב. שרטטו משולש DEC וחשבו

את

שטחו.

ג. מצאו את משוואת הפונקציה

של

הקו הישר העובר דרך

הנקודות DB.

ד. מצאו את התחום המשותף בו

$f(x) < 0$  וגם  $g(x) < 0$

תשובה : א) 8.75 יח"ר

ב) 8.75 יח"ר

ג)  $2+y=x$

ד)  $-8 < x < -4.5$

### שאלה 2:

נתונות הפונקציות  $f(x) = (x - 3)^2$

ו-  $g(x) = x - 1$

לפניכם שרטוט הגרפים של הפונקציות:

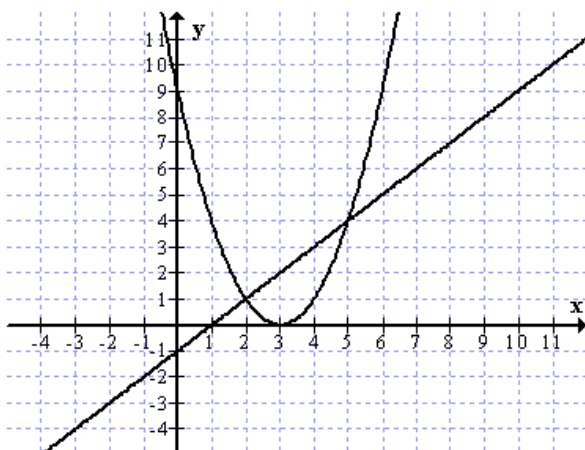
א. רשמו את התחום שבו  $f(x) < g(x)$

ב. שרטטו (בקו מקווקו) על אותה מערכת צירים

גרף של הפונקציה  $m(x) = (x - 3)^2 - 4$

ג. מצאו עבור אילו ערכים של x

$m(x) = g(x)$  (הציגו פתרון אלגברי)

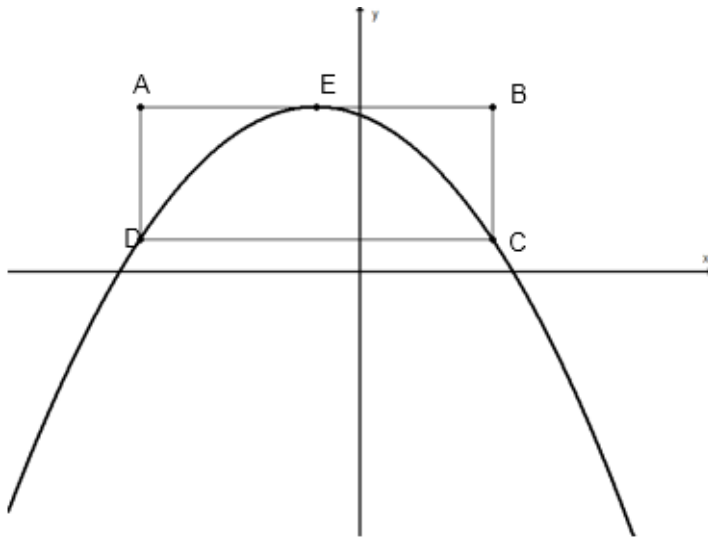


תשובה : א)  $2 < x < 5$

ג)  $x = 6, x = 1$



### שאלה 3:



נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + 5$ .

נתון מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

שיעורי הקדקוד A של המלבן הם  $(-5, 5)$ .

E קדקוד הפרבולה. הנקודה E נמצאת

באמצע הצלע AB של המלבן.

הפרבולה עוברת דרך הקדקודים D, C של המלבן.

א. חשבו את שיעורי הנקודות D, C, B של המלבן. נמקו.

ב. מצאו את משוואת הישר העובר דרך קדקוד הפרבולה E לקדקוד D של המלבן.

ג. חשבו את היקפו של משולש EDC.

ד. נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + m$ .

רשמו דוגמה לערך של הפרמטר m כך שתתקבל פונקציה ריבועית שאין לה נקודות

חיתוך עם המלבן. נמקו.  $m = \underline{\hspace{2cm}}$

תשובה: א)  $(-5, 1)$   $(3, 1)$   $(3, 5)$  ב)  $6+y = x$  ג)  $19.32 = m$

### שאלה 4:

נתונות הפונקציות  $y = mx + 5$ ,  $y = a(x-2)^2 - 3$ .

א. מה צריך להיות הערך של m אם נתון שהגרף של הפונקציה הקווית עובר דרך

הקדקוד של הפונקציה הריבועית?

ב. מה צריך להיות הערך של a אם נתון שהגרף של הפונקציה הריבועית עובר דרך

נקודת החיתוך עם ציר ה-y של הפונקציה הקווית?

תשובה: א)  $4 = m$  ב)  $2 = a$

**שאלה 5:**

פשטו את הביטויים ומיינו לארבע קבוצות:

• פונקציות קוויות	• $f(x) = x(x - 5) - (x + 2)(x - 4)$
	• $g(x) = (x - 2)^2 + (2x - 5)^2$
• פונקציות ריבועיות	• $m(x) = \frac{3x - 5}{7}$
	• $m(x) = \frac{2x^2 - 5x + 7}{x} \quad x \neq 0$
• פונקציות מסוג אחר	• $x = 2$
	• $t(x) = x(x - 3)^2 - (x + 5)^2$
• לא פונקציות	• $\frac{3y + x}{2} = 4$
	• $n(x) = \frac{(x + 3)^2}{2} + \frac{x + 7}{4}$

פונקציות קוויות, פונקציות ריבועיות, פונקציות מסוג אחר, לא פונקציות:

תשובה : פונקציות קוויות : 1, 3, 7  
 פונקציות ריבועיות : 2, 8  
 פונקציות מסוג אחר : 4, 6  
 לא פונקציות : 5

### שאלה 6:

בשעה 08:00 יצא הולך רגל מכפר סבא צפונה במהירות קבועה מסוימת. שעתיים אחריו יצא רוכב אופניים באותה דרך. בשעה 11:00 נפגשו הולך הרגל ורוכב האופניים. המרחק של רוכב האופניים מכפר סבא ( $y$ ) מתואר ע"י הפונקציה:

$$y = -x^2 + 14x - 24 \quad \text{כאשר } x \text{ מייצג את הזמן שחלף מהשעה } 8:00$$

רוכב האופניים נסע עד לנקודה A ואז הסתובב וחזר לכפר סבא. הגרף מתאר את תנועת הולך הרגל ואת תנועת רוכב האופניים.

א. מצאו את המרחק עד הפגישה.

ב. מצאו את מהירות הולך הרגל.

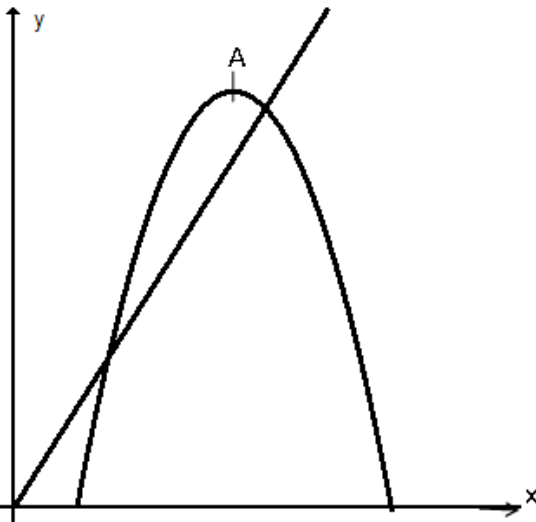
ג. מצאו באיזו שעה נפגשו הולך הרגל ורוכב האופניים בפעם השנייה.

ד. באיזה מרחק מכפר סבא הסתובב רוכב האופניים?

ה. באיזו שעה הגיע רוכב האופניים לכפר סבא?

ו. באיזה מרחק מכפר סבא היה הולך הרגל

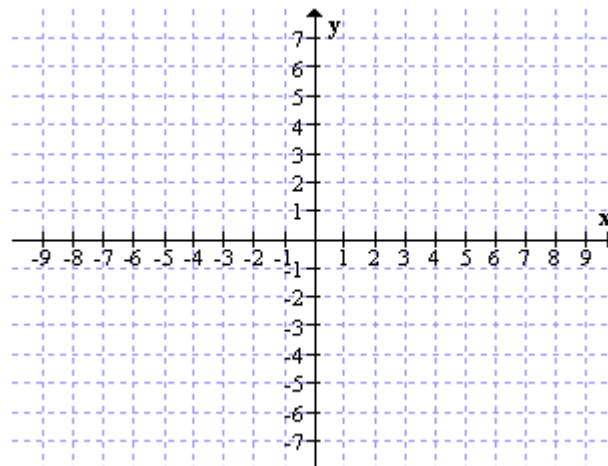
בשעה שרוכב האופניים הגיע לכפר סבא?



תשובה : א) 9 ק"מ ב) 3 קמ"ש ג) בשעה 16:00 ד) 25 ק"מ  
ה) בשעה 20:00 ו) 36 ק"מ



שאלה 7:

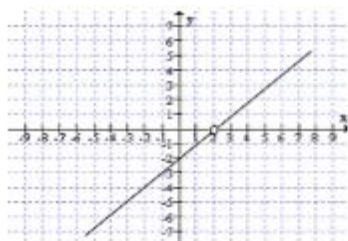


שרטטו במערכת הצירים את הגרפים של הפונקציות הבאות:

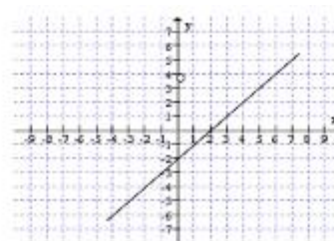
$$m(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}, \quad g(x) = x - 2, \quad f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

הסבירו את ההבדל בין שלושת הפונקציות.

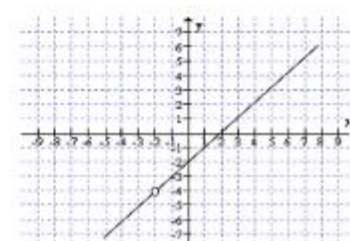
תשובה:



הפונקציה  $m(x)$



הפונקציה  $g(x)$

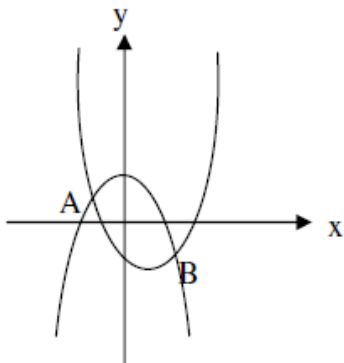


הפונקציה  $f(x)$

הסבר:  $f(x)$  אינה מוגדרת ב-  $x = -2$   
 $g(x)$  מוגדרת לכל  $x$   
 $m(x)$  אינה מוגדרת ב-  $x = 2$

## שתי פונקציות ריבועיות

### שאלה 1 :



בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -x^2 + 2 \quad \text{ו-} \quad f(x) = x^2 - 2x - 2$$

- א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
- ב. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות A ו-B.
- ג. מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של  $f(x)$  ?
- ד. מהם תחומי העלייה ומהם תחומי הירידה של  $g(x)$  ?
- ה. מהם התחומים בהם  $f(x)$  מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?
- ו. מהם התחומים בהם  $g(x)$  מקבלת ערכים חיוביים ומהם התחומים בהם היא מקבלת ערכים שליליים?

תשובה:

- א.  $A(-1,1)$   $B(2,-2)$  ב.  $y = -x$  ג. עליה:  $x > 1$ ; ירידה:  $x < 1$  ד. עליה  $x < 0$  ירידה  $x > 0$  ה.  $f(x) > 0$  עבור  $x > 2.73$  או  $x < -0.73$ ,  $f(x) < 0$  עבור  $-0.73 < x < 2.73$ ,  $g(x) > 0$  עבור  $-1.41 < x < 1.41$ ,  $g(x) < 0$  עבור  $x > 1.41$  או  $x < -1.41$

### שאלה 2:

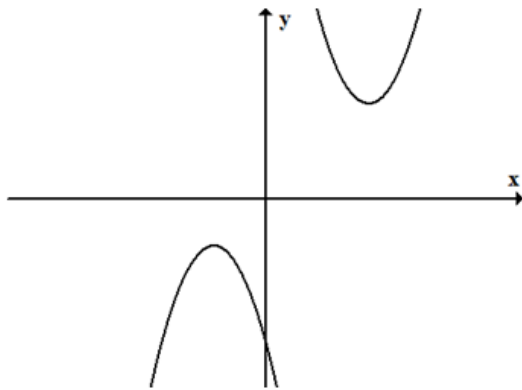
נתונות הפונקציות:  $f(x) = (x - 3)^2 - 5$  ו-  $g(x) = 2x^2 - 3x$  ענו על הסעיפים הבאים ונמקו

כל סעיף:

- א. האם לגרף פונקציה  $m(x) = (x - 3)^2 + 5$  יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה  $f(x)$  ?
- ב. האם לגרף הפונקציה  $t(x) = 2x^2 + 3x$  יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה  $g(x)$  ?
- ג. האם לגרף הפונקציה  $p(x) = -(x - 3)^2 - 5$  יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה  $f(x)$  ?
- ד. חשבו את ערכי  $x$  עבורם  $f(x) = g(x)$ .

תשובה: (א) לא (ב) כן (ג) כן (ד)  $(-4,44)$   $(1, -1)$

### שאלה 3:



לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאות יכול להיות

הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו?

נמקו את בחירתכם.

i.  $y = -x^2 - 3x$  ,  $y = x^2 - 2x + 1$

ii.  $y = x^2 + 3$  ,  $y = -(x + 2)^2 - 2$

iii.  $y = -x^2 - 2$  ,  $y = (x - 4)^2 + 4$

iv.  $y = (x - 4)^2 + 4$  ,  $y = -(x + 2)^2 - 2$

ב. חברו בקו בין נקודות הקדקוד של הפרבולות

וכתבו את משוואת הישר שמתקבל.

הציגו את דרך הפתרון.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע שבין שני הקדקודים של הפרבולות,

הציגו את דרך החישוב.

תשובה : א) 4 ב)  $y=x$  ג) 8.49

### שאלה 4:

משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

הנקודות  $K, P$  הן הקדקודים של הפרבולות.

א. חשבו את שיעורי הנקודות:  $A, B$ , הציגו דרך חישוב.

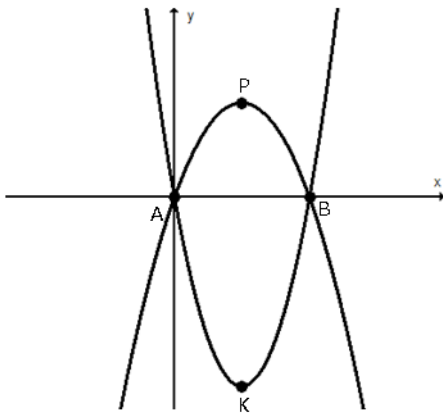
ב. חשבו את המרחק בין  $P$  ל- $K$ . הציגו דרך חישוב.

ג. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית העוברת דרך  $A$  ו- $P$ .

הציגו דרך פתרון.

ד. לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון"

לכל אחת מהטענות:



טענה	נכון	לא נכון
$f(-2) = 8$		
המרובע שקדקודיו הם הנקודות $A, P, B, K$ הוא דלתון		
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$		
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים		

ה. השלימו:

i.  $m(x) = 2(x - 2)^2 + 6$ . היא הזזה אנכית של  $-f(x)$  - \_\_\_\_\_ יחידות.

ii.  $t(x) = -(x - 6)^2 + 4$ . היא הזזה אופקית של  $-g(x)$  - \_\_\_\_\_ יחידות.

תשובה: א)  $(0,0)$ ,  $(4,0)$  ב) 12 יח' ג)  $y=2x$  ד) 1. לא נכון 2. נכון 3. נכון 4. לא נכון

ה) 1) 14 יח' 2) 4 יח'

## שאלה 5:

נתונה משפחת הפונקציות  $f(x) = ax^2 + bx + 5$

א. מה משותף לכל הפונקציות מהמשפחה?

ב. ידוע ש-  $a > 0$  ו-  $b < 0$ . איזו טענה מהטענות הבאות אינה נכונה בהכרח:

i. ציר הסימטריה של גרף הפונקציה עובר ברביעים הראשון והרביעי

ii. לגרף הפונקציה יש שתי נקודות חיתוך עם ציר  $x$

iii. קיימת נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון שערך ה-  $y$  שלה הוא 5

iv. לפונקציה נקודת מינימום

ג. נתונות שתי פונקציות מהמשפחה  $f(x) = ax^2 + bx + 5$ . באחת  $a > 0$  ו-  $b < 0$  ובשנייה

$a < 0$  ו-  $b > 0$ , כמו כן ידוע שהערכים של  $a$  ושל  $b$  נגדיים זה לזה.

מה משותף לשתי הפונקציות ומה שונה ביניהן?

תשובה: א) נק' חיתוך עם ציר  $y$

ב) 2, 3

ג) משותף: ציר סימטריה

שונה: קודקוד הפרבולה, סוג הפרבולה, נק' האפס,

חיוביות ושליליות, עליה וירידה



## טכניקה אלגברית

### חוקי חזקות :

פשטו ע"פ חוקי החזקות

$$1. \frac{a^4 (ab)^6 \cdot a^3 b}{2 (ab)^3} =$$

$$2. (ab)^{x+8} \cdot (ab)^{2x} \cdot ab =$$

$$3. \frac{(ab)^8 \cdot ab^2}{(ab)^3} =$$

$$4. \left(\frac{x}{y}\right)^7 \cdot \frac{x \cdot (2x)^3}{16y} =$$

$$5. \left(\frac{a^8 b^{10}}{a^2 b^5}\right)^6 =$$

### נוסחאות כפל מקוצר :

פשטו את הביטויים הבאים

$$6. (x^2 - 9)(x^2 + 9) =$$

$$7. (4a^2 - 6)(6 + 4a^2) =$$

$$8. (-6 - y)(6 - y) =$$

$$9. (x + 2x^2)^2 =$$

$$10. (9 - 4a)^2 =$$

$$11. (5x + 7)^2 =$$

$$12. (x + 2)(4 + x^2)(x - 2) =$$

$$13. -(x - 6)^2 - (x + 6)(x + 4) =$$

$$14. (a^{x+2} + 2a)^2 =$$

$$15. \left(6 - \frac{1}{6a}\right)^2 =$$

$$16. (x + 2b)(x - 2b) - x^2 - (x + 2b)^2 =$$

17 נתון:  $ab = 18$  ,  $(a + b)^2 = 81$  .  
 חשבו את  $a^2 + b^2$  .

18 (א) נתון השוויון:  $(x + 4)^2 = x^2 + 4^2$  .

מצאו ערך ל-  $x$  עבורו מתקיים השוויון.

(ב) נתון האי-שוויון:  $(x + 4)^2 < x^2 + 4^2$  .

מצאו ערך ל-  $x$  עבורו מתקיים האי-שוויון.

(ג) נתון השוויון:  $(x + 6)^2 = -1$  .

האם קיים ערך ל-  $x$  עבורו השוויון מתקיים? נמקו.

### פירוק לגורמים :

פרקו לגורמים את הביטויים הבאים :

19  $64a^3 - 16a^3 + 80a^2 =$

20.  $6x^2 + 2x^3 + 16x^4 =$

21.  $x^2 + 10x - 9x - 90 =$

22.  $a^2 - 5a - a + 5 =$

23.  $7a(a - 2) - 14(a - 2) =$

24  $a(y - 2) + b(2 - y) =$

25  $6x(x^2 - 2x) - 3(x^2 - 2x) =$

26  $(3a - 1)^2 + 4(3a - 1) =$

27  $\frac{9}{x^2} - 81 =$

28  $-4a^2 + 1 =$

29  $2x^2 - 18x^2y^2 =$

30  $(3b + 4)^2 - (3b - 4)^2 =$

31  $16 - 24a^2 + 9a^4 =$

32  $16 - \frac{12}{a} + \frac{9}{4a^2} =$

$$.33 \quad 7x^4 - 7 =$$

$$.34 \quad x^2 - x - 90 =$$

$$35 \quad x^2 - 9x - 36 =$$

$$.36 \quad x^2 + 9x - 36 =$$

$$37 \quad x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} =$$

$$38 \quad 6x^2 - 24x - 30 =$$

$$39 \quad 5x^2 - 25x - 70 =$$

### צמצום שברים אלגבריים :

צמצמו את השברים הבאים בעזרת פירוק לגורמים רשמו תחום הצבה :

$$40 \quad \frac{x^3 - 8x^2}{x} =$$

$$41. \quad \frac{3x - 9}{x^2 - 6x + 9} =$$

$$42. \quad \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 7x + 10} =$$

כפלו את השברים. רשמו תחום הצבה:

$$43. \quad \frac{7x - 42}{20} \cdot \frac{10x}{x^2 - 12x + 36} =$$

$$44. \quad \frac{x^2 - 8x + 15}{2x - 6} \cdot \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 3x - 10} =$$

חלקו את השברים הבאים, צמצמו במידת האפשר ורשמו תחום הצבה :

$$45. \quad \frac{1 - 36x^2}{x^2 + 5x + 6} : \frac{x + 6x^2}{5x^2 - 20} =$$

$$46. \quad \frac{3x^2 - 3x - 18}{x^2 - 4x + 3} : \frac{x^2 - 16}{2x^2 - 10x + 8} =$$

פתרונות:

1.  $\frac{1}{2} a^{10} b^4$

2.  $(ab)^{3x+9}$

3.  $a^6 b^7$

4.  $\frac{x^{11}}{2y^8}$

5.  $a^{36} b^{30}$

6.  $x = 15$

7.  $x = -6$

8.  $x^4 - 81$

9.  $16a^4 - 36$

10.  $y^2 - 36$

11.  $x^4 - 16$

12.  $25x^{243} + 70x + 49$

13.  $16a^2 - 72a + 81$

14.  $4x^4 + 4x^3 + x^2$

15.  $\frac{1}{36a^2} - \frac{2}{a} + 36$

16.  $a^{2x+4} + 4a^{x+3} + 4a^2$

17.  $-2x^2 + 2x - 60$

18.  $-x^2 - 4bx - 8b^2$

19. 45

20. א.  $x = 0$ . ב.  $x < 0$  לכל ג. אל

21.  $16a(4 - a^2 + 5a)$

22.  $2x^2(3 + x + 8x^2)$

23.  $(x+10)(x-9)$

24.  $(a-5)(a-1)$

25.  $7(a-2)^2$

26.  $(y-2)(a-b)$

27.  $3x(x-2)(2x-1)$

28.  $3(a+1)(3a-1)$

29.  $9\left(\frac{1}{x}-3\right)\left(\frac{1}{x}+3\right)$

30.  $(1+2a)(1-2a)$

31.  $2x^2(1-3y)(1+3y)$

32.  $48b$

33.  $(4-3a^2)^2$

34.  $\left(4-\frac{3}{2a}\right)^2$

35.  $7(x-1)(x+1)(x^2+1)$

36.  $(x+9)(x-10)$

37.  $(x-12)(x+3)$

38.  $(x+12)(x-3)$

39.  $\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

40.  $6(x-5)(x+1)$

41.  $5(x-7)(x+2)$

פתרון	קבוצת הצבה	מספר התרגיל
$x^2 - 8x$	$x \neq 0$	42
$\frac{3}{x-3}$	$x \neq 3$	43
$\frac{x+5}{x-5}$	$x \neq 2,5$	44
$\frac{7x}{2(x-6)}$	$x \neq 6$	45
$x$	$x \neq -2,5,3$	46
$\frac{5(x-2)(1-6x)}{x(x+3)}$	$x \neq -\frac{1}{6}, 0, -3, 2, -2$	47
$\frac{6(x+2)}{x+4}$	$x \neq 4, -4, 1, 3$	48

# 1. כפולה משותפת מינימלית<sup>1</sup>

	גורם 1	גורם 2	גורם 3	כפולה משותפת מינימלית
דוגמה:	$x^2 - 6x$ $x(x - 6)$	$x^2 - 12x + 36$ $(x - 6)^2$	$2x + 12$ $2(x + 6)$	$2x(x - 6)^2(x + 6)$
1.	$3x + 9$	$x^2 + 5x + 6$	$x^2 + 2x$	
2.	$3x^2 - 4x$	$6x + 8$	$9x^2 - 16$	
3.	$2x^2 - 14x - 120$	$x^2 - 25$	$x^2 - 12x$	
4.	$5x^2 - 5$	$2x^2 - 4x + 2$	$x^3 + x^2$	
5.	$a^2 - 3a$	$2a^2$	$2a^3 - 6a^2$	
6.	$2a^2 - 2b^2$	$3a^2 + 6ab + 3b^2$	$6a + 6b$	
7.	$8x^2 - 50$	$2x + 5$	$10 - 4x$	
8.	$x^2 - xy$	$xy + y^2$	$3y - 3x$	

<sup>1</sup>תרגול הרחבה מתוך חוברת עבודה מדעית

## 2. נוסחאות הכפל המקוצר השלימו את הטבלה.<sup>2</sup>

השלימו את הטבלה.

$a^2 + 2ab + b^2$	$a^2 - b^2$	b	a
		4	3m
		2y	3x
		4y <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>
		6xy	2x <sup>3</sup>
		$\frac{2b}{3}$	$\frac{3a^2}{2}$
		$\frac{c^2}{2}$	$\frac{1}{3}a$
		3y <sup>n-1</sup>	2x <sup>n</sup>
		3xy	1
		5t <sup>3</sup>	5p <sup>2</sup>
		$\frac{x}{5}$	$\frac{2x^4}{5}$

השלימו את הטבלה.

$a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b)$	b <sup>2</sup>	a <sup>2</sup>
		4x <sup>2</sup>	1
		64x <sup>4</sup>	9x <sup>6</sup>
		121	36a <sup>4</sup>
		100b <sup>2</sup>	49a <sup>2</sup>
		144b <sup>2</sup>	0.16x <sup>4</sup>
		$\frac{25}{36}b^6$	0.01c <sup>8</sup>
		0.25x <sup>2</sup>	0.81
		k <sup>4n</sup>	n <sup>2k</sup>
		9b <sup>2</sup>	$\frac{1}{9}a^2$
		4p <sup>6</sup> k <sup>2</sup>	k <sup>8</sup>

<sup>2</sup> תרגול הרחבה מתוך חוברת עתודה מדעית

3. משוואות רציונליות- פתרו את המשוואות, שימו לב לתחום הצבה.<sup>3</sup>

1.  $\frac{x^2-4}{x+2} = 2$

2.  $\frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$

3.  $\frac{16-x^2}{x-4} = 1$

4.  $\frac{9-x^2}{x-3} = 0$

5.  $\frac{m^2-5m}{m^2+m} = 1$

6.  $\frac{6}{x^2-6x+9} = 1 - \frac{x}{x-3}$

7.  $\frac{x-1}{x^2+2x-3} = \frac{x}{2x+6}$

8.  $\frac{5}{9x^2-4} - \frac{1}{3x-2} = 0$

9.  $\frac{a^2+2a+1}{a^2-1} = \frac{2}{a-1}$

10.  $\frac{2x}{9x^2-6x+1} - \frac{2}{1-3x} = \frac{4}{3x-1}$

---

<sup>3</sup> תרגול הרחבה מתוך חוברת עתודה מדעית

#### 4. משוואות רציונליות<sup>4</sup>

$$1. \quad 1 + \frac{6}{x-4} = \left(\frac{1}{x+4}\right) : \left(\frac{x-4}{3}\right)$$

$$2. \quad 1 + \frac{5}{x-5} - \frac{6}{x+5} = \frac{3}{x+5} + \left(\frac{25}{x+5}\right) \cdot \left(\frac{2}{x-5}\right)$$

$$3. \quad \left(\frac{2x-1}{3x-1}\right) \cdot \frac{1}{x} - \left(\frac{3}{3x-1}\right) \cdot \left(\frac{x}{3x+1}\right) = \frac{1}{6x+2}$$

$$4. \quad \left(\frac{1}{x+1}\right) : \left(\frac{x+1}{9-x}\right) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1}$$

$$5. \quad \left(\frac{1}{x^2-4}\right) : \left(\frac{3}{9x^2-35}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x-1}{x+2} - \frac{x-29}{6-3x}\right)$$

$$6. \quad \frac{5}{x} \cdot \left(\frac{1}{x-4} + \frac{9}{x+4}\right) - \frac{18}{x^2-16} = 0$$

$$7. \quad \left(\frac{x-6}{x-5} - 11\right) : (x+5) = 1 + \frac{x}{15-3x}$$

$$8. \quad \left(\frac{3}{x-2}\right)^2 - \frac{1}{x-2} \cdot (2x-7) = 0$$

$$9. \quad 1 : \left(\frac{x^2-6x+5}{x-3}\right) - 1 : \left(\frac{x^2-1}{5}\right) = 0$$

$$10. \quad \frac{4}{x} : \left(\frac{x+2}{x-1}\right) - \frac{1}{x+2} \cdot \left(\frac{5x-8}{x-2}\right) = \frac{1}{2x} \cdot \left(\frac{3x-4}{2-x}\right)$$

---

<sup>4</sup> תרגול הרחבה מתוך חוברת עתודה מדעית



## 5. צמצום שברים

א.

עבור כל אחד מהשברים האלגבריים הבאים:

(i) רשמו מהו תחום ההצבה.

(ii) צמצמו.

$$\frac{7b}{21c} = \quad (\text{ד}) \quad \frac{96x}{12x} = \quad (\text{א}) \quad \frac{-7x^2}{x} = \quad (\text{ב}) \quad \frac{9a+9b}{27} = \quad (\text{א})$$

$$\frac{x}{2x} = \quad (\text{ח}) \quad \frac{35x}{x} = \quad (\text{ו}) \quad \frac{-18xy}{24y} = \quad (\text{ו}) \quad \frac{b}{3b} = \quad (\text{ה})$$

$$\frac{(b-6)}{7(b-6)} = \quad (\text{יב}) \quad \frac{9(a+b)}{99} = \quad (\text{יא}) \quad \frac{2x}{140xy} = \quad (\text{י}) \quad \frac{100x}{200y} = \quad (\text{ט})$$

$$\frac{(x-3) \cdot 5}{3-x} = \quad (\text{זט}) \quad \frac{11(a-b)}{(b-a)} = \quad (\text{טו}) \quad \frac{6(a+b)}{17(a+b)} = \quad (\text{יד}) \quad \frac{-99a}{-99b} = \quad (\text{ג})$$

$$\frac{-(a+7)}{3(7+a)} = \quad (\text{כ}) \quad \frac{-15(a-23)}{15(a-23)} = \quad (\text{יט}) \quad \frac{-27xyz}{54xz} = \quad (\text{יח}) \quad \frac{(a-44)}{3(44-a)} = \quad (\text{יז})$$

ב.

רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים האלגבריים הבאים.

$$\frac{20c^2 - 5c + 35}{40c} = \quad (\text{א}) \quad \frac{7x - 49}{7} = \quad (\text{ב}) \quad \frac{4a}{16 - 24a} = \quad (\text{א})$$

$$\frac{x^2 - x}{x - 1} = \quad (\text{ו}) \quad \frac{3x - 15}{6x} = \quad (\text{ה}) \quad \frac{x^2 - 10x}{x} = \quad (\text{ד})$$

$$\frac{3x^2 - x}{1 - 3x} \quad (\text{ח}) \quad \frac{a - 2b}{4a - 8b} = \quad (\text{ז})$$

ג. רשמו תחום הצבה וצמצמו את השברים האלגבריים הבאים.

$$\frac{1 - 2b}{8b - 4} = \quad (\text{א}) \quad \frac{3x - 15}{9x - 45} = \quad (\text{ב}) \quad \frac{x^2 - 10x}{3x - 30} = \quad (\text{א})$$

$$\frac{12 - 24x}{24x - 12} = \quad (\text{ו}) \quad \frac{6 - 6a}{a - 1} = \quad (\text{ה}) \quad \frac{-9x - 3}{3x + 1} = \quad (\text{ד})$$

## מערכת משוואות בשני נעלמים

6. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

**א**

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 3(x-1) \\ x = 2(y+2) - 1 \end{cases}$$

**ב**

$$\begin{cases} 3x + 5y = 34 \\ 2y - 3x = -20 \end{cases}$$

**ג**

$$\begin{cases} 3x + 2y + x - y = 13 \\ y = 1 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ -x - 2(1 - y) = y + 2 \end{cases}$$

**ד**

$$\begin{cases} 3x - y = 16 \\ x + 5y = 0 \end{cases}$$

**ה**

$$\begin{cases} 8 + 5(x + 4y) = -7 \\ 2(y - x) = 10 + 6y \end{cases}$$

**ו**

$$\begin{cases} 7(2x + y) - 5y = 16 \\ y - 3x = 4(y - 6) \end{cases}$$

$$(x = -10, y = 2) \quad \begin{cases} 6x + 15 = -30 \\ x + 9y = 8 \end{cases} \quad \text{ז.}$$

$$(x = \frac{1}{5}, y = 0) \quad \begin{cases} 5x - 7y = 1 \\ -10x + 3y = -2 \end{cases} \quad \text{ח.}$$

$$(x = 7, y = -1) \quad \begin{cases} \frac{3x + 10y - 1}{5} + \frac{2x - 7}{7} = x - 4 \\ \frac{2x - y}{3} + \frac{x + 3y - 2}{2} = y + 7 \end{cases} \quad \text{ט.}$$

$$(x = -3, y = 3) \quad \begin{cases} \frac{4y + 3}{5} = \frac{y - x}{2} \\ \frac{x + y}{5} - \frac{3x + y}{4} = 1 - \frac{x}{6} \end{cases} \quad \text{י.}$$

$$(x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{b-a}{6}) \quad \begin{cases} x + 3y = b \\ x - 3y = a \end{cases} \quad \text{יא.}$$

$$\begin{cases} x+3y=7 \\ -2x+9y=-14 \end{cases} \text{טו.} \quad (x=2, y=3) \quad \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-1 \end{cases} \text{יד.} \quad (x=7, y=0)$$

## 8. מערכת משוואות ובעיות מילוליות עם מערכת משוואות:

א. כרטיס כניסה לבריכה עבור ילד זול יותר מכרטיס כניסה למבוגר.  
 2 מבוגרים ו- 3 ילדים שילמו 81 ש"ח.  
 3 מבוגרים ו- 4 ילדים שילמו 114 ש"ח  
 מה מחיר כרטיס לילד ומה מחיר כרטיס למבוגר  
 כתבו את כל החישובים שעשיתם.

ב. נתונה המשוואה:  $2x + y = 14$   
 ונתונים הזוגות הסדורים:  $(10, -6)$  ;  $(3, 8)$  ;  $(2, 12)$   
 מי מבין זוגות אלו הם פתרון למשוואה הנתונה?  
 ערכו את כל החישובים על דף הבחינה.

ג. גיל קנה 3 מחברות ו- 2 עפרונות ושילם 4 שקלים. אייל קנה 5 מחברות ו- 4 עפרונות ושילם 7 שקלים. קרן קנתה 4 מחברות ו- 3 עפרונות. כמה שילמה קרן?

ד. מיכל קנתה שני עפרונות וארבעה עטים ושילמה 32 ₪.  
 ארז קנה עפרון אחד ושישה עטים ושילם 42 ₪.  
 מהו מחירו של עפרון ומהו מחירו של עט?

## משוואה ריבועית

פתור את המשוואות ומערכות משוואות הבאות:

<u>פתרונות</u>	
$x = 4$ .1	$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = x^2 - 15$ .1
$x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{3}$ .2	$6x^2 - 2x = 0$ .2
$x_1 = 3\frac{2}{7}, x_2 = -2$ .3	$(3x + 1)^2 - 4(2x - 1)^2 - x(x - 1) = -(x - 7)^2$ .3
$x_1 = 5, x_2 = 3$ .4	$3x(x - 2) - x^2 = (x - 3)(x + 5)$ .4
$x_1 = 7, x_2 = -7$ .5	$x^2 + (x - 8)^2 - 10 = (3x - 1)(x - 5)$ .5
$x_1 = 0, x_2 = 2\frac{1}{4}$ .6	$\frac{x + 1}{2x - 3} - \frac{7x}{4x^2 - 9} - 1 = \frac{x - 4}{2x + 3}$ .6
$x_1 = 3, x_2 = -\frac{2}{3}$ .7	$\frac{3}{x^2 - 2x} - \frac{3}{2} = \frac{1}{4 - 2x}$ .7
$x_1 = 5, x_2 = -\frac{14}{13}$ .8	$\frac{x + 1}{2x - 8} - \frac{5x + 2}{3x + 12} = 1 + \frac{9}{x^2 - 16}$ .8
$x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{6}$ .9	$\frac{3}{1 - 4x^2} - \frac{2}{4x^2 + 4x + 1} = \frac{1}{4x^2 - 4x + 1}$ .9
$x_1 = 6, x_2 = -2$ .10	$\frac{x + 1}{x^2 + 16x + 64} = \frac{1}{x^2 + 4x - 32}$ .10
$(8, 2), (-4, -4)$ .11	$\begin{cases} x = 2y + 4 \\ x \cdot y = 16 \end{cases}$ .11
$(4, 1), (-8, -11)$ .12	$\begin{cases} y - x = -3 \\ 2x^2 - y^2 - 2y = 29 \end{cases}$ .12
$(3, 2), (5\frac{2}{5}, 1\frac{1}{5})$ .13	$\begin{cases} \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 5 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$ .13
$(2, 1), (-2\frac{4}{5}, -2\frac{1}{5})$ .14	$\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$ .14

פתרונות

$x = -2$  .15

$x = -2$  .16

$x = -10$  .17

$x = -5$  .18

אין פתרונות .19

$x \neq -1, x \neq 4$  .20

$x_1 = 4, x_2 = -3$  .21

אין פתרונות .22

$x_1 = 4.5, x_2 = 1$  .23

$(2, 3)$  .24

$(1, 2)$  .25

$(5, -2)$  .26

$(12, 15)$  .27

$x_1 = 9, x_2 = -5$  א. .28

$x_1 = 6, x_2 = -14$  ב.

$\frac{1}{x^2 - 3x} = \frac{-4}{x^2 + 2x - 15} - \frac{1}{2x + 10}$  .15

$\frac{x-1}{2x-3} - \frac{x}{x+1} = \frac{6x+1}{2x^2-x-3}$  .16

$\frac{9x}{8x^2-50} + \frac{5}{2x^2-5x} = \frac{1}{x}$  .17

$\frac{3}{2x+2} + \frac{4}{x^2-1} = \frac{3x}{2(x-1)^2}$  .18

$\frac{x}{x-3} + \frac{1}{x+2} = \frac{4x+3}{x^2-x-6}$  .19

$\frac{x-1}{x-4} - \frac{4x-1}{x^2-3x-4} = \frac{x}{x+1}$  .20

$\frac{x^2-25}{x+5} = x^2-17$  .21

$\frac{x^3-3x^2}{x-3} = 6x-9$  .22

$11\left(\frac{1}{2x+6} - \frac{2}{11}\right) = \frac{3}{9-x^2} - 1$  .23

$$\begin{cases} 5x + 2y = 16 \\ 3x + 5y = 21 \end{cases}$$
 .24

$$\begin{cases} x + 3(y + 2) = 14 - x \\ 5(x - 2) + 2y = 1 - 2x \end{cases}$$
 .25

$$\begin{cases} \frac{7y-1}{3} + \frac{3x+5}{10} = -3 \\ x - \frac{2}{5}(5y-1) = \frac{4y}{5} + 11 \end{cases}$$
 .26

$$\begin{cases} \frac{8}{x} + \frac{5}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{10}{y} = 1 \end{cases}$$
 .27

.28 פתור את המשוואות ללא פתיחת סוגריים:

א.  $(x+4)^2 = 100$  ב.

א.  $(x-2)^2 = 49$  ב.

## שאלות מילוליות

1.

ממקום מסוים יוצאים בו-זמנית שני הולכי רגל, אחד צפונה והשני – מזרחה. כעבור 5 שעות עובר הראשון 5 ק"מ יותר מהשני, והמרחק ביניהם מגיע ל-25 ק"מ. מהירויותיהם של הולכי הרגל הנ"ל לא השתנו בשעת ההליכה. מהי מהירותו לשעה של כל אחד מהולכי הרגל?

(עוזרי ושל – ט' חלק ב': 128 / 33)

2.

הגדילו פעמיים את המספר 200 באותו אחוז, והתקבל המספר 288. סמנו ב- $x\%$  את אחוז ההגדלה, וענו על השאלות הבאות.  
א. הביעו באמצעות  $x$  את המספר המתקבל לאחר ההגדלה הראשונה של 200 ב- $x\%$ .  
ב. הביעו באמצעות  $x$  את המספר המתקבל לאחר ההגדלה השנייה ב- $x\%$ .  
ג. בנו משוואה מתאימה ומצאו את  $x$ .

## שאלות מתוך מתמטיקה לכיתה ט' – סדרת צמרת – עוזרי ושל

3.

אוטובוס נוסע מדי יום במהירות קבועה מעיר A לעיר B. המרחק בין A ל-B הוא 120 ק"מ. יום אחד עצר האוטובוס עצירה לא מתוכננת מראש למשך 10 דקות, בדיוק באמצע הדרך בין A ל-B. כדי שהאוטובוס יספיק להגיע ל-B על-פי לוח הזמנים הרגיל, צריך היה לאחר העצירה להגביר את מהירותו ב-12 קמ"ש. מצאו את המהירות הרגילה של האוטובוס.

4.

בחנות נמכר מסך למחשב שמחירו 800 שקלים במספר תשלומים שווים. אם לקוח מעונין להקטין את מספר התשלומים ב-5, מעניקה החנות הנחה בגובה של 13% ממחיר המסך. במקרה זה התשלום מתבצע בתשלומים שווים, כאשר כל תשלום גדול ב-132 שקלים מהתשלום החודשי המקורי.  
מהו מספר התשלומים המקורי לרכישת המסך, ומהו הסכום של כל תשלום חודשי?

5.

רוכב אופניים יצא בשעה  $5^{30}$  בבוקר לחיפה ממושב המרוחק ממנה ב-50 ק"מ. בשעה  $6^{00}$  בבוקר יצא רוכב אופניים שני לחיפה מאותו המושב. הרוכב השני נע במהירות הגדולה מזו של הראשון ב-2 ק"מ לשעה, ופגש את הרוכב הראשון לפני הגיעו לחיפה. שעתיים לאחר הפגישה הגיע הרוכב הראשון לחיפה. (הרוכבים נסעו במהירויות קבועות).

x מסמן את מהירות הרוכב הראשון (בק"מ לשעה).

א. הסבירו מדוע  $50-2x$  מבטא את הדרך (בק"מ) שעבר הרוכב הראשון עד לפגישה.

ב. חשבו את x (מהירות הרוכב הראשון).

6.

ענת קנתה בקבוקי שוקו ובקבוקי חלב. בסך-הכול קנתה ענת 12 בקבוקים.

עבור כל בקבוקי השוקו שילמה ענת 45 שקלים.

עבור כל בקבוקי החלב שילמה ענת 12 שקלים.

בקבוק שוקו יקר ב-1 שקל מבקבוק חלב.

א. סמנו ב-x את מספר בקבוקי השוקו שקנתה ענת, והביעו באמצעותו את המחיר של בקבוק שוקו אחד.

ב. סמנו ב-y את מספר בקבוקי החלב שקנתה ענת, והביעו באמצעותו את המחיר של בקבוק חלב אחד.

ג. היעזרו בסעיפים א' ו-ב', ובנו מערכת משוואות המתאימה לבעיה.

ד. כמה בקבוקי שוקו וכמה בקבוקי חלב קנתה ענת?

### שאלות מתוך "משבצת" מתמטיקה לכיתה ט'

7.

בתוך ריבוע שצלעו 14 ס"מ חסומים

שני ריבועים מקווקוים (ראה ציור).

מצא את צלעות הריבועים אם ידוע

כי שטחם ביחד הוא 100 סמ"ר.

8.

סכום שני מספרים הוא 8.

(א) כתוב פונקציה (y) המתארת את מכפלת שני המספרים

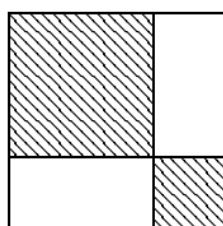
(סמן ב-x את אחד המספרים).

(ב) מהם שני המספרים, אם נתון כי המכפלה היא 12?

(ג) שרטט את גרף הפונקציה.

(ד) עבור אילו מספרים המכפלה תהיה מקסימלית? נמק.

(ה) האם ייתכן כי המכפלה היא 17? נמק.



## שאלות מתוך "שבילים" – מט"ח

9.

בסרטוט יש ריבוע ומלבן שאינו ריבוע. לשתי הצורות יש צלע משותפת.

שטח המלבן גדול משטח הריבוע ב-6 מ"ר.

היקף המלבן גדול מהיקף הריבוע ב-6 מ'.

מצאו את צלעות המלבן.

ריבוע	מלבן
-------	------

## שאלות משולבות שפותחו במכון ויצמן

א. מצאו את אורכי האלכסונים של מעוין אשר היקפו (ביחידות אורך) ושטחו (ביחידות שטח) הם 20.

ב. מצאו את אורך הגובה של המעוין של הסעיף הקודם. (תזכורת: גובה של מקבילית הוא הקו המחבר שתי צלעות נגדיות של המקבילית - או המשכן - ויוצר איתן זוויות ישרות).

ג. מצאו את אורכי האלכסונים ואת גובהו של מעוין אשר היקפו (ביחידות אורך) ושטחו (ביחידות שטח) הם 9.

ד. האם עבור כל מספר נתון הן כהיקף והן כשטח מעוין (ביחידות המתאימות) תמיד קיים מעוין? אם כן הוכיחו, אם לא הסבירו.

א. אורך צלע של ריבוע הוא 10 ס"מ. מגדילים כל אחת מהצלעות ב-20%, בכמה אחוזים יגדל שטחו?

ב. אורך צלע של ריבוע הוא 10 ס"מ. מגדילים כל אחת מהצלעות ב-20%, בכמה אחוזים יגדל היקפו?

ג.  $x$  הוא אורך צלע של ריבוע. מגדילים זוג צלעות נגדיות ב-10% ואת הזוג השני ב-30%, בכמה אחוזים יגדל השטח?

ד. מגדילים זוג צלעות נגדיות של ריבוע ב-50% ומקטינים את הזוג השני ב-50%. האם השטח יגדל, יקטן או לא ישתנה? הסבירו.

ה. אורך צלע של ריבוע הוא 10 ס"מ. מגדילים זוג צלעות נגדיות ב- $x$  אחוזים ומקטינים את הזוג השני ב- $x$  אחוזים. הראו כי השטח קטן ומצאו בכמה אחוזים הוא קטן.

ו. הראו כי אורך האלכסון של המלבן שהתקבל בסעיף הקודם גדל בפחות מ- $x$  אחוזים (בהשוואה לאלכסון הריבוע).



**הוכחות משולשים**

1. BK הוא הגובה ליתר AC

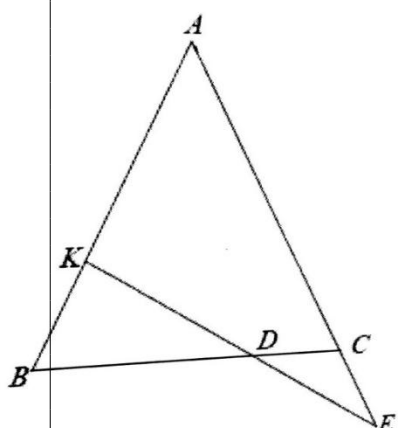
BN הוא התיכון ליתר AC במשולש ישר הזווית ABC

$$(\angle ABC = 90^\circ)$$

$$\angle C = \alpha$$

$$(\alpha < 45^\circ)$$

צ"ל: הבע באמצעות  $\alpha$  את זווית KBN



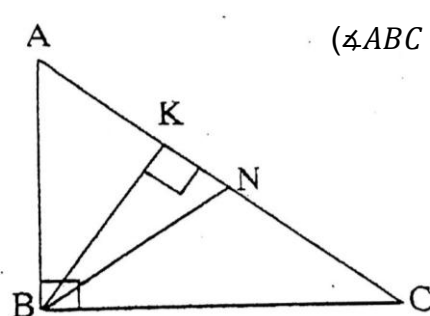
2. BK הוא הגובה ליתר AC

BN הוא התיכון ליתר AC במשולש ישר הזווית ABC ( $\angle ABC = 90^\circ$ )

הנקודה H היא אמצע BC

BF ו-KH נחתכים בנקודה O

$$\text{צ"ל: } \angle BOK = 3\angle ABK$$

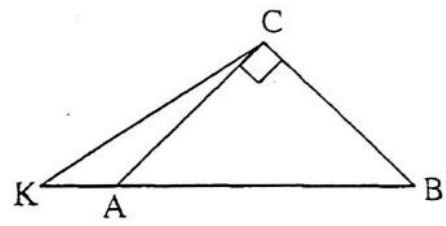


3. המשולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים. ( $AC=CB$ )

הנקודה K נמצאת על המשך AB.

$$AB=KC$$

צ"ל: חשב את זווית KCA (יש להוסיף בניית עזר).



4.  $AB=AC$

$CD=CE$  והנקודות K, D, E נמצאות על ישר אחד

$$\text{נסמן: } \angle CED = \beta, \quad \angle AKE = \alpha,$$

צ"ל:

א.  $\alpha = 3\beta$

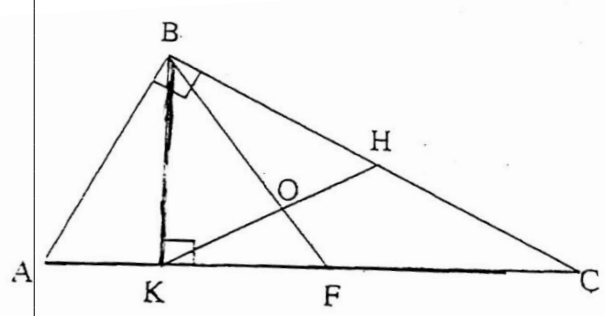
ב. נתון:  $\alpha = 90^\circ$

וכן נתון כי אורך הצלעות  $AC=10$  ו-  $KB=2$

מצא את אורך AE

( רמז: היעזר במשפט המתייחס למשולש ישר זווית, זו הזוויות הן בנות :

$$(30^\circ, 60^\circ, 90^\circ)$$



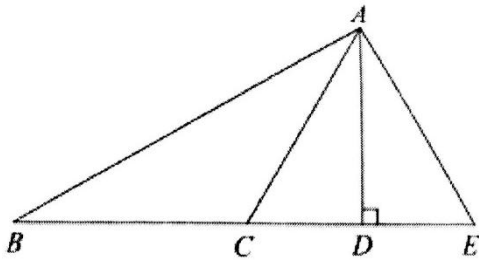
5. הוכח את המשפט: "משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא

חוצה הוא משולש ישר זווית".

ב.  $AD$  הוא הגובה לבסיס  $BE$  במשולש  $ABE$

$$AB=2AD, AC=BC=CE$$

צ"ל: חשב את היחס:  $\frac{CD}{AC}$



6. המשולשים  $ABC$  ו- $ABE$  הם משולשים ישרי זווית.

$$\angle BCA = 90^\circ \quad \angle BAE = 90^\circ$$

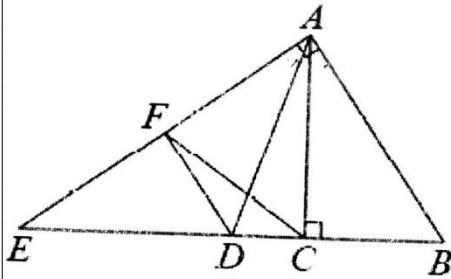
$AD$  תיכון לצלע  $BE$  במשולש  $ABE$

$F$  אמצע קטע  $AE$

צ"ל:

א. נתון:  $\angle E = 35^\circ$  חשב את גודל זווית  $\angle DAC$

ב. חשב את גודל זווית  $\angle DFC$



7.  $EF, DE$  קטעי אמצעים במשולש  $ABC$

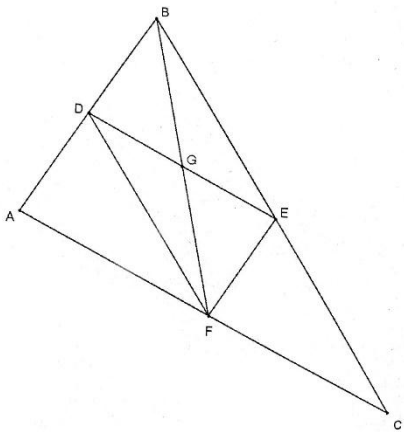
צ"ל: א. אילו מהטענות הבאות נכונות תמיד?

•  $EG=DG$

•  $BF$  תיכון לצלע  $AC$

•  $FD \perp AB$

•  $2 * GE = FC$



ב. בחרו אחת מהטענות שבחרתם בסעיף א' והוכיחו אותה.

8.  $\angle AEG = 20^\circ$ ,  $\angle AFE = 50^\circ$ ,  $\angle ABC = 50^\circ$

$$AG \parallel BC$$

צ"ל: א. חשב את זוויות המשולשים  $AEG$  ו- $FCM$

ב. הוכח  $\triangle AEG \sim \triangle FCM$

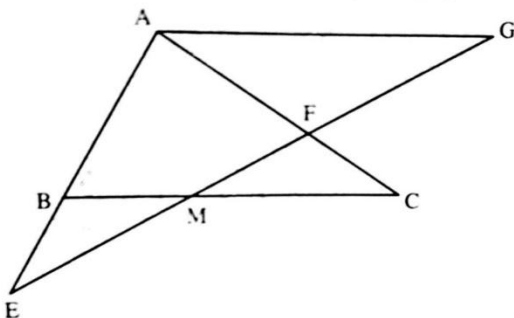
ג. נתון:  $EM=MC$

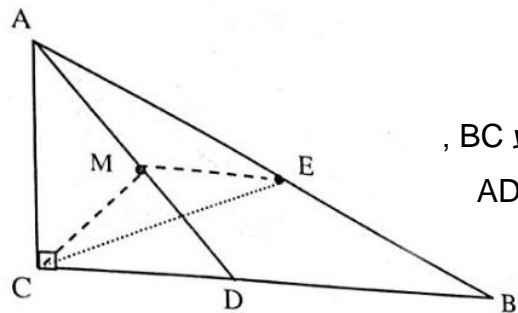
הוכח:  $\triangle EBM \cong \triangle CFM$

ד. נתון:  $\frac{AG}{BM} = \frac{5}{2}$

פי כמה גדול שטח משולש  $AEG$  משטח

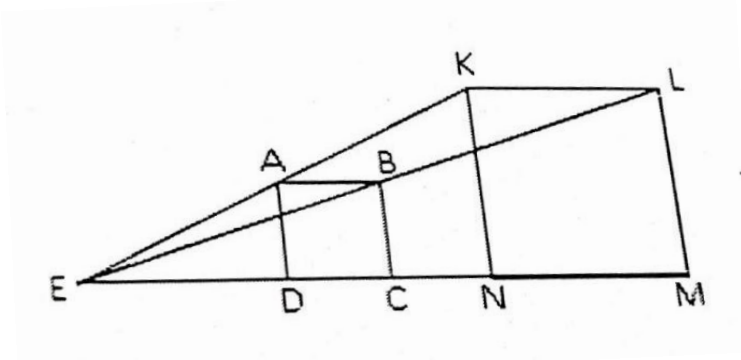
משולש  $FCM$ ? נמק





9. משולש ABC הוא ישר זווית ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) ,  
 נקודה E היא אמצע צלע AB . נקודה D נמצאת על צלע BC ,  
 כך שמתקיים:  $AD = DB$  . הנקודה M היא אמצע קטע AD  
 צ"ל: א.  $ME \parallel BC$   
 ב.  $ME = CM$   
 ג. נתון:  $AD = 12$  ס"מ ,  $AB = 20$  ס"מ . חשב את  
 היקף משולש CME

10. ABCD ו-KLMT הם ריבועים המונחים על קטע EM .  
 קודקוד B וקודקוד L של הריבועים מונחים על הקטע EL  
 קודקוד A וקודקוד K של הריבועים מונחים על הקטע EK  
 $DC = CN$  ,  $ED = NM$   
 צ"ל: א.  $\triangle EBC \sim \triangle ELM$   
 ב. AD הוא קטע אמצעים במשולש EKN  
 ג. נתון:  $AB = 1$  ס"מ , חשבו את שטח הטרפז AKND

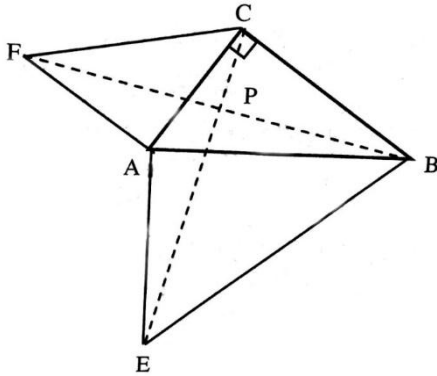


הסודות הנפלאים ביותר תמיד חבויים  
 במקומות הכי פחות הגיוניים  
 וילי וונקה, צ'ארלי בממלכת השוקולד

11. על הצלעות AB ו-BC של משולש ABC  
 נבנו שני משולשים: ABD ו- BCE כך שמתקיים:

$$BC=BE=CE \text{ ו- } AB=BD=AD$$

$$\text{צ"ל: } AE=CD$$



12. נתון משולש ABC ישר זווית ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ )

$$AF \perp AC, AE \perp AB, AF=AC, AE=AB$$

הקטעים CE ו-BF נפגשים בנקודה P

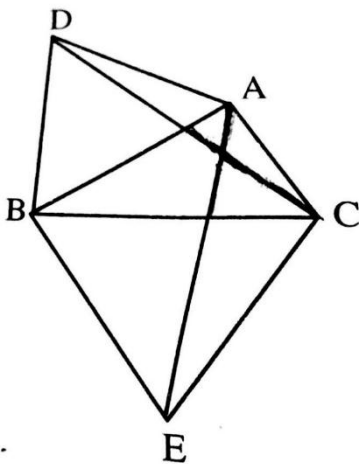
$$\text{צ"ל: א. } BF=EC$$

$$\text{ב. } BF \perp EC$$

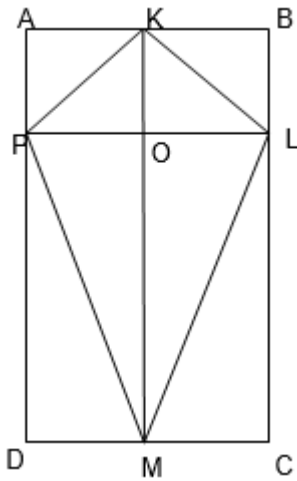
ג. נתון כי שטח המשולש AFC הוא 4.5 סמ"ר

ושטח משולש AEB הוא 12.5 סמ"ר.

חשב את שטח משולש ABC.



## הוכחות מרובעים:



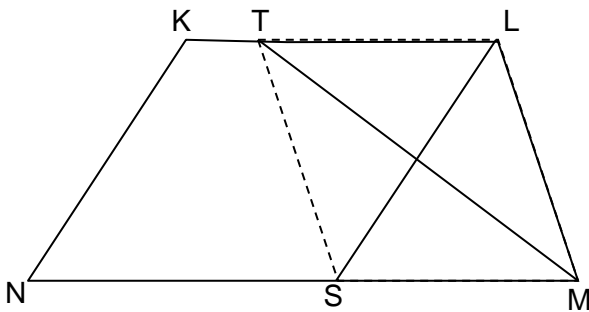
1. המרובעים ABCD ו-PLCD הם מלבנים.  
 הנקודה K היא אמצע הצלע AB. הנקודה M היא אמצע הצלע DC.  
 O היא נקודת המפגש של אלכסוני המרובע KLMP.  
 א. הוכיחו: המרובע KLMP הוא דלתון.

ב. נתון גם  $KO = \frac{1}{2} PL$

הוכיחו: AKOP הוא ריבוע.

ג. נתון גם:  $PK = \sqrt{2}$  יחידות.

- הנקודה P מחלקת את הצלע AD כך  $AP : PD = 1 : 3$ .  
 חשבו את שטח המלבן ABCD.



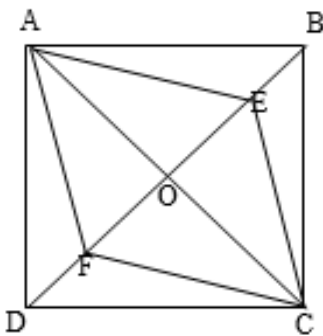
2. נתון טרפז KLMN ( $KL \parallel MN$ ).  
 LS חוצה זווית L, MT חוצה זווית M.  
 הוכיחו:

א.  $LS \perp TM$

ב. משולש TLM משולש שווה שוקיים

ג. המרובע LMST הוא מעוין.

3. ABCD ריבוע. E, F נקודות על האלכסון BD כך ש:  $DF = EB$ .  
 א. הוכיחו: AECF מעוין.

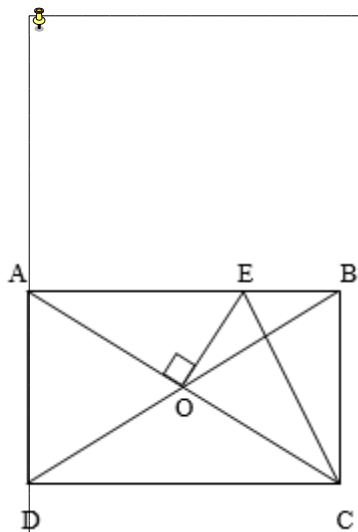


נתון:  $\angle BAE = 15^\circ$ ,  $FE = 14$  ס"מ

ב. חשבו את זוויות המעוין AECF.

ג. חשבו את אורך האלכסון AC.

ד. חשבו את היקף המעוין AECF.



4. במלבן ABCD נתון  $OE \perp AC$ ,  $OE = BE$  (ראו בציור)

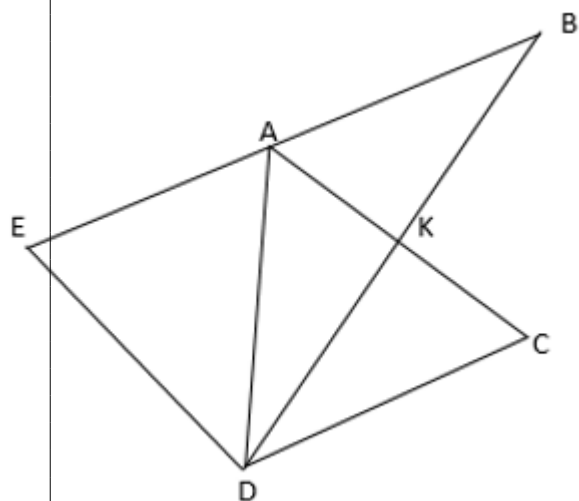
הוכיחו:

א. משולש ABC שווה שוקיים.

ב.  $\triangle AEO \cong \triangle EBC$

ג. מרובע OEBC הוא דלתון.

5. DK הוא תיכון לצלע AC במשולש ADC. הנקודה B נמצאת על המשך DK כך ש  $BK = DK$ .

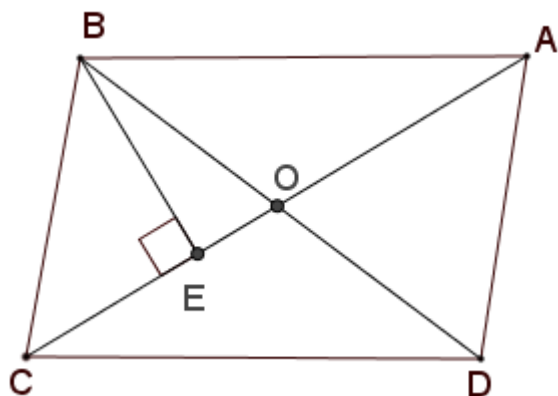


א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מקבילית.

ב. נתון: הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB ומתקיים  $EA = AB$  הוכיחו כי:  
 $CK = 0.5 * ED$

ג. נתון כי  $\angle EDB = 90^\circ$ , הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מעוין.

ד. הוסיפו נתון כך שמשולש ACD יהיה משולש שווה צלעות.



6. נתונה המקבילית ABCD.

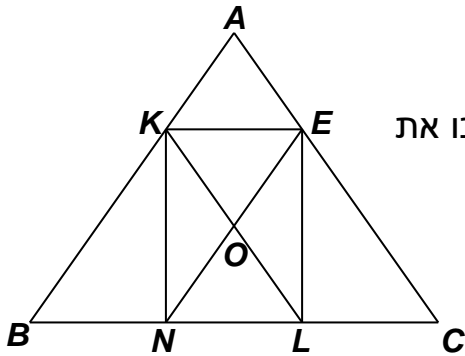
א. הוכיחו כי אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה.

ב. במקבילית ABCD, הקטע BE חוצה את הזווית  $\angle DBC$  ומאונך לאלכסון AC,  $(BE \perp AC)$

$BE = 4$  ס"מ,  $BC = 5$  ס"מ. חשבו

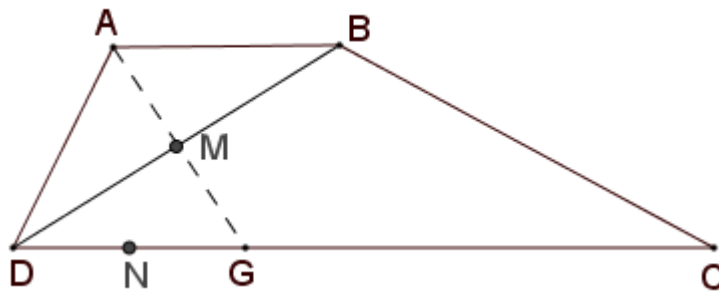
את אלכסוני המקבילית.

7. משולש  $ABC$  הוא משולש שווה שוקיים ( $AB=AC$ ). המרובע  $KELN$  הוא מלבן החסום במשולש  $ABC$ .  $KL \parallel AC$ ,  $NE \parallel AB$ .



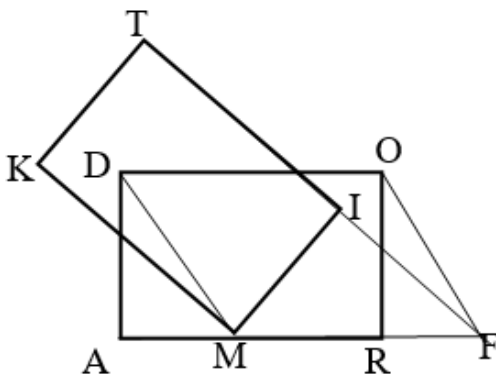
- א. הוכיחו כי  $BN = NL = LC$ .
- ב. הוכיחו כי  $AEOK$  הוא מעוין.
- ג. נתון  $BC=48$  ס"מ, היקף המלבן הוא 76 ס"מ. חשבו את אורך הגובה המורד מקדקוד  $A$  לצלע  $BC$ .

8.  $ABCD$  טרפז ( $AB \parallel CD$ ). האלכסון  $BD$  חוצה את הזווית  $\sphericalangle ADC$ . הנקודה  $M$  היא אמצע האלכסון  $DB$ . המשך הקטע  $AM$  חותך את הבסיס הגדול של הטרפז  $DC$  בנקודה  $G$ .



- א. הוכיחו כי המרובע  $ABGD$  הוא מעוין.
- ב. הנקודה  $N$  היא אמצע הקטע  $DG$ . הוכיחו כי  $MN=NG$ .
- ג. נתון גם:  $DB=BC$ ,  $\sphericalangle NMG = 65^\circ$ . חשבו את זוויות המרובע  $BMGC$ .

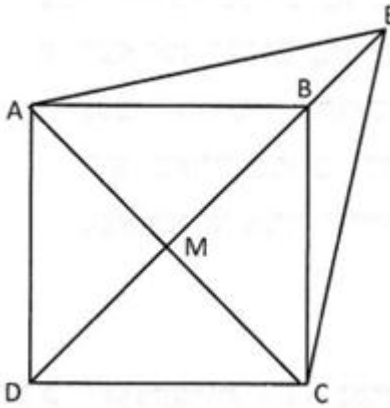
9. המרובעים  $DORA$  ו  $TIMK$  הם מלבנים חופפים. המשך הצלע  $T1$  חותך את המשך הצלע  $AR$  בנקודה  $F$ . נתון:  $KM = 2OR$ ,  $\sphericalangle KMA = 30^\circ$ .



- א. הוכיחו כי המרובע  $DOFM$  הוא מקבילית.
- ב. נתון:  $R$  אמצע  $MF$ , הוכיחו כי משולש  $MRI$  הוא משולש שווה צלעות.

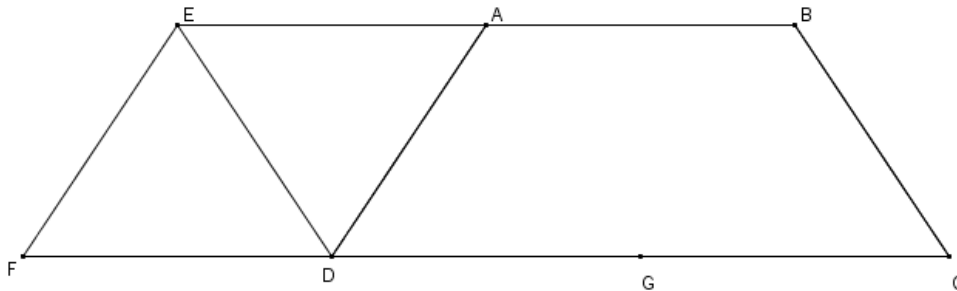
10. אלכסוני המרובע  $ABCD$  נחתכים בנקודה  $M$ .

נתון:  $AB \parallel DC$ ,  $AM = MC = DM$ ,  $\sphericalangle ADB = \sphericalangle BDC$ .



- הוכיחו כי המרובע  $ABCD$  הוא ריבוע.
- מאריכים את האלכסון  $DB$  עד לנקודה  $E$  (ראו ציור). הוכיחו כי: המרובע  $ADCE$  הוא דלתון.
- נתון  $\sphericalangle ACE = 60^\circ$ , צלע הריבוע  $2\sqrt{2}$  ס"מ. חשבו את היקף הדלתון.
- חשבו את אורך האלכסון הראשי של הדלתון  $ADCE$ .

11. המרובע  $EBCD$  הוא מקבילית ( $ED \parallel BC$ ,  $EB \parallel CD$ )

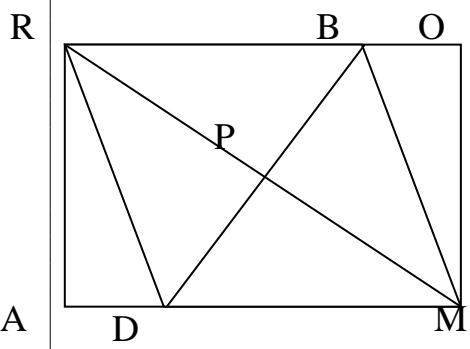


נתון: הנקודה  $F$  על המשך

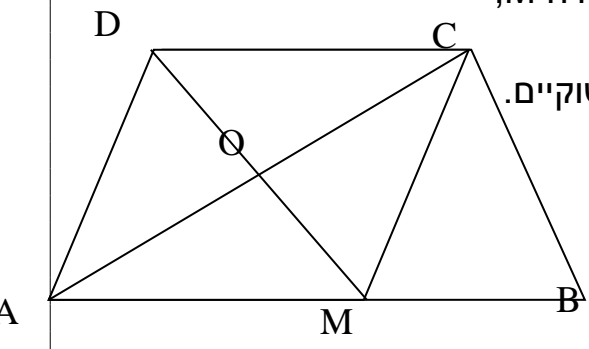
הצלע  $DC$ . המרובע  $EADF$  הוא מעוין.  $DA$  חוצה זווית  $EDC$ .

- הוכיחו:  $ABCD$  טרפז שווה שוקיים.
- חשבו את גודל הזווית  $EDF$ .
- הנקודה  $G$  אמצע  $DC$ ,  $DC = 2 \cdot FD$ , הוכיחו  $ABCG$  מעוין.
- שטחו של המעוין  $EADF$  12 סמ"ר. חשבו את שטחם של המקבילית  $EBCD$  ושל הטרפז  $ABCD$ .
- שרטטו את הגובה  $EH$  לצלע  $DC$  של המקבילית  $EBCD$  ומצאו את אורכו אם ידוע כי 4 ס"מ  $DF = m$ .

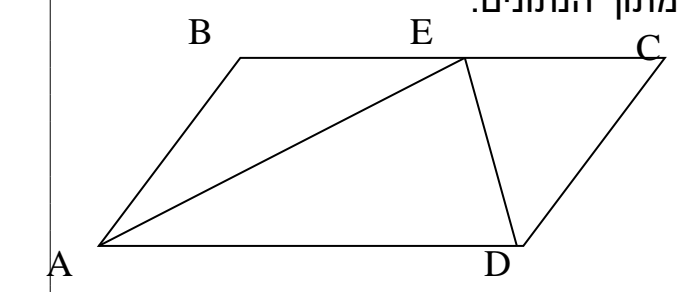




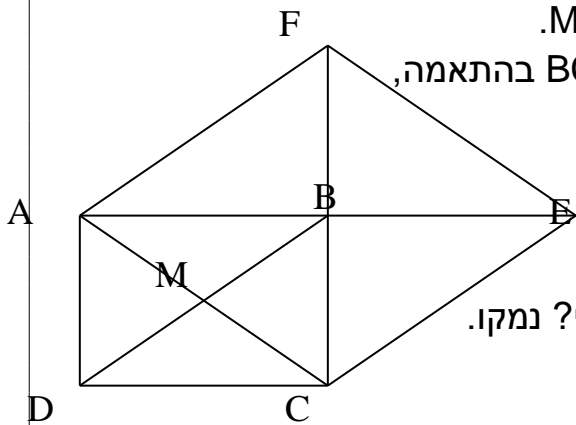
12. הנקודה P היא מפגש האלכסונים במלבן ROMA.  
 הקטע BD עובר דרך הנקודה P,  $BD \perp RM$ .  
 א. הוכיחו: המרובע RBDM הוא מעוין.  
 ב. נתון:  $RM = 24$  ס"מ,  $BO = 2$  ס"מ.  
 חשבו את היקף המעוין RBDM ומצאו את זוויותיו.



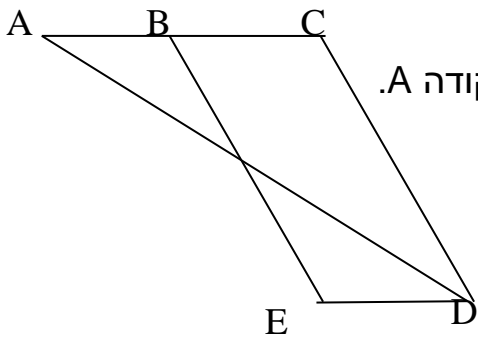
13. ABCD הוא טרפז ( $AB > CD$ ,  $AB \parallel DC$ ).  
 חוצי הזוויות  $\angle BCD$  ו- $\angle CDA$  נחתכים בנקודה M,  
 שהיא אמצע הבסיס AB.  
 א. הוכחו כי הטרפז ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.  
 ב. נתון כי  $BC = CD$ .  
 (I) הוכיחו כי DCBM הוא מעוין.  
 (II) הוכיחו כי  $\angle ACB = 90^\circ$ .



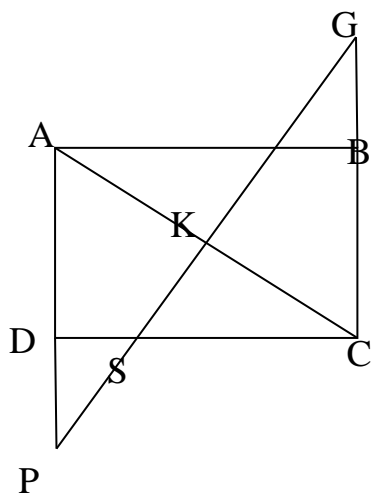
14. נתונה המקבילית ABCD.  
 נקודה E נמצאת על צלע BC,  
 AE חוצה זווית  $\angle BAD$ .  
 א. קבעו איזו טענה מבין הבאות נובעת מתוך הנתונים.  
 נמקו!  
 (i) E אמצע BC  
 (ii)  $AD = 2 \cdot DC$   
 (iii)  $BE = DC$   
 ב. נתון:  $\angle AED = 90^\circ$ .  
 הוכיחו: ED חוצה זווית  $\angle ADC$ .



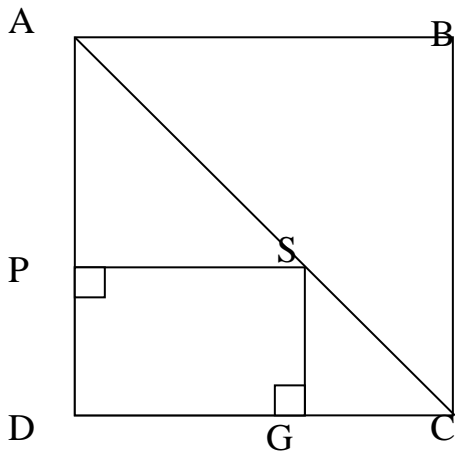
15. ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחנכים בנקודה M.  
 E ו-F הן נקודות על המשכי הצלעות AB ו-BC בהתאמה,  
 כך ש:  $AB = BE$  ו-  $CB = BF$ .  
 א. הוכיחו כי: ACEF הוא מעוין.  
 ב. הוכיחו כי:  $EF = 2MB$ .  
 ג. האם התכונות הרשומות בסעיפים א' ו-ב' מתקיימות גם אם ABCD מקבילית כלשהי? נמקו.



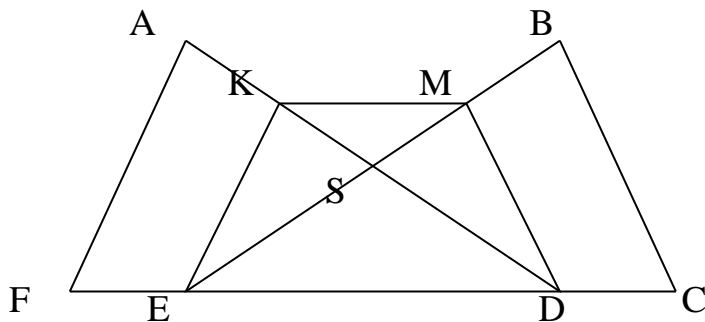
16. נתון: BCDE היא מקבילית.  
 חוצה-זווית CDE חותך את המשך הצלע BC בנקודה A.  
 א. הוכיחו כי  $AC = CD$ .  
 ב. הוכיחו כי  $AB = CD - ED$ .



17. מרובע ABCD הוא מלבן.  
 G נקודה על המשך צלע CB.  
 P נקודה על המשך צלע AD.  
 K אמצע אלכסון AC.  
 א. הוכיחו:  $\triangle AKP \cong \triangle CKG$ .  
 ב. נתון:  $PS = 13$  ס"מ,  $DS = 5$  ס"מ.  
 חשבו את אורכו של CB. נמקו.

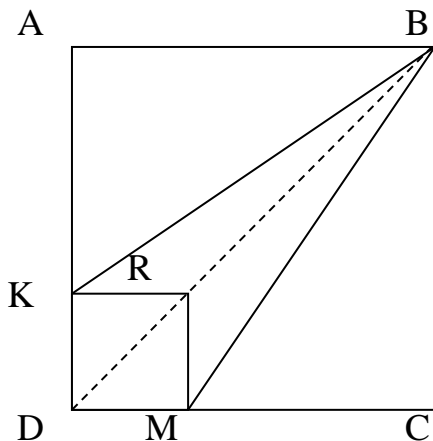


18. מרובע ABCD הוא ריבוע.  
 $SG \perp DC$ ,  $SP \perp AD$   
 א. הוכיחו כי מרובע PDGS הוא מלבן.  
 ב. בחרו באפשרות הנכונה. נמקו תשובתכם.  
 (i)  $\triangle APS \cong \triangle CGS$   
 (ii)  $\triangle APS \sim \triangle CGS$   
 ג. היקף המלבן PSDG הוא 20 ס"מ.  
 חשבו את היקף הריבוע ABCD.



19. בסרטוט שלפניכם KMDE הוא טרפז שווה-שוקיים.

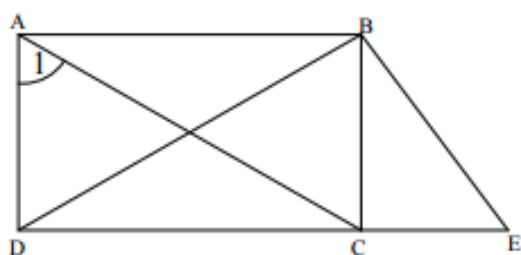
- נתון:  $\angle F = \angle C$ ,  $FE = DC$   
 א. הוכיחו כי  $\angle A = \angle B$   
 ב. הוכיחו כי  $AS = BS$



20. מרובע ABCD הוא ריבוע.  
 מרובע KRMD הוא ריבוע.  
 חיברו נקודה B עם K ועם M.  
 א. הוכיחו כי מרובע KBMR הוא דלתון.  
 ב. מצאו דלתון נוסף בסרטוט.  
 ג. נתון:  $\angle KBR = 15^\circ$ .  
 חשבו את גודל  $\angle BMR$

## בעיות נוספות בגאומטריה

### שאלה מספר 1:



נתון ABCD הוא מלבן

$$BE \perp BD$$

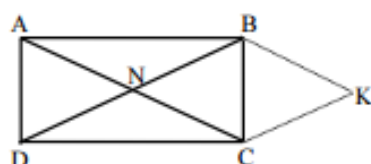
א. נתון גם  $\angle A_1 = 50^\circ$

חשבו את גודלה של  $\angle E$

ב. הסבירו מדוע המשולשים ADC ו DBE אינם חופפים.

תשובה:  $60^\circ$

### שאלה מספר 2:



מרובע ABCD הוא מלבן.

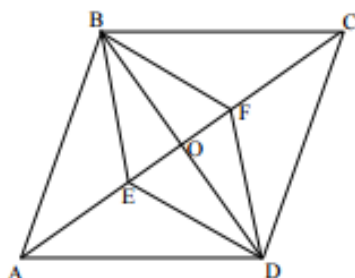
N - נקודת פגישה של האלכסונים

$$CK = DN$$

$$CK \parallel BD$$

הוכיחו כי מרובע NBKC הוא מעוין.

### שאלה מספר 3:

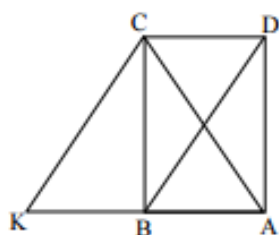


ABCD מקבילית

$$CE = AF$$

הוכיחו: המרובע EBF D הוא מקבילית

### שאלה מספר 4:

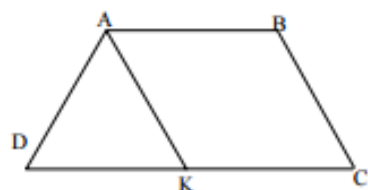


ABCD מלבן. הנקודה K על המשך AB. הקטע CK שווה לאלכסון DB.

הוכיחו: א. המשולש ACK משולש שווה שוקיים.

ב. המרובע CDBK הוא מקבילית.

### שאלה מספר 5:



נתון: ABCD טרפז שווה שוקיים

$$(AD = BC, AB \parallel DC)$$

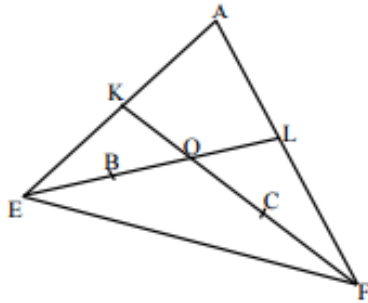
$$AK = CB$$

א. הוכח: BCKA מקבילית

ב. נתון: AK הוצה  $\angle A$

חשבו את זוויות הטרפז.

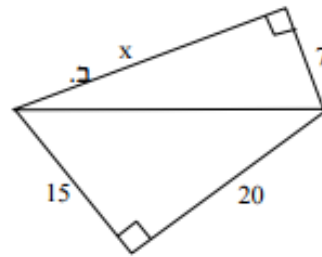
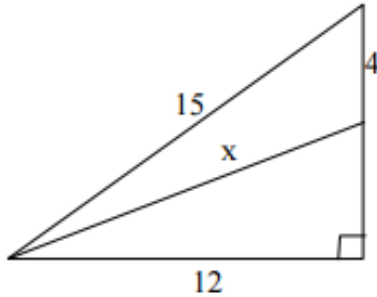
**שאלה מספר 6:**



נתון:  $K, L$  אמצעי הצלעות  $AE, AF$  בהתאמה.  
 $O$  נקודת פגישה של  $KF$  ו-  $EL$ .  
 $B$  אמצע  $OE$   
 $C$  אמצע  $OF$   
 הוכיחו:  
 א.  $KL = BC$   
 ב.  $KB = LC$   
 (העבירו בניית עזר)

**שאלה מספר 7:**

מצאו את ערכו של  $x$  על פי משפט פיתגורס בשרטוטים הבאים:



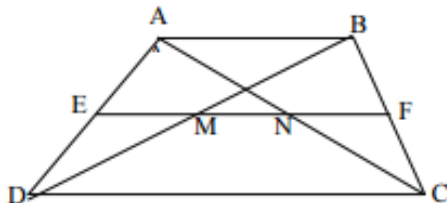
תשובה: (א) 24 (ב) 13

**שאלה מספר 8:**

אורך אחד הניצבים במשולש ישר זווית הוא 5 ס"מ.  
 מה אורך הניצב השני אם היקף המשולש 30 ס"מ?

תשובה: 12

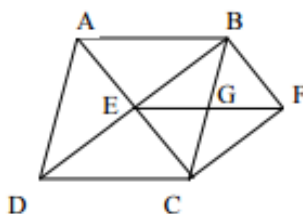
**שאלה מספר 9:**



$EF$  הוא קטע אמצעים בטרפז  $ABCD$ ,  
 $AC, BD$  אלכסוני הטרפז,  
 החותכים את קטע האמצעים הנקודות  $M, N$ .  
 נתון:  $AB = 6, DC = 18$ .  
 מצא את אורך הקטע  $NM$ .

תשובה: 6

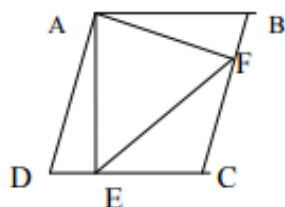
**שאלה מספר 10:**



א. הוכח כי אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה.  
 ב.  $ABCD$  הוא מעוין,  $E$  נקודת מפגש האלכסונים.  
 נתון  $CF \parallel DB, BF \parallel AC$ .  
 (1) הוכח כי המרובע  $EBFC$  הוא מלבן.  
 (2) נתון גם:  $GF = 4$  ס"מ. חשב את היקף המעוין.

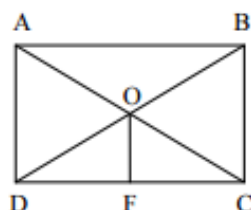
תשובה: 32

**שאלה מספר 11:**



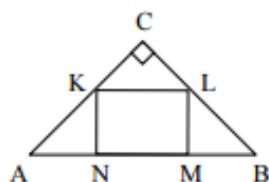
בציור נתון ABCD מעוין,  
 $AF \perp BC$ ,  $AE \perp DC$   
 הוכח: א)  $\angle DAE = \angle BAF$   
 ב) המרובע AECF דלתון.

**שאלה מספר 12:**



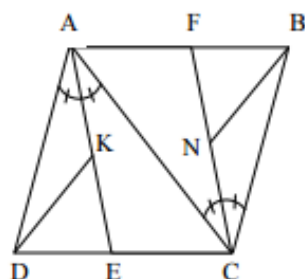
א. הוכח: אלכסוני המלבן שווים זה לזה.  
 ב. במלבן ABCD, O היא נקודת מפגש האלכסונים.  
 הקטע OF מאונך לצלע DC ( $DC \perp OF$ ).  
 נתון:  $OF = 4$  ס"מ;  $\angle ACD = 30^\circ$ .  
 (1) חשב את DB.  
 (2) חשב את היקף המלבן.  
 (עגל עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

**שאלה מספר 13:**



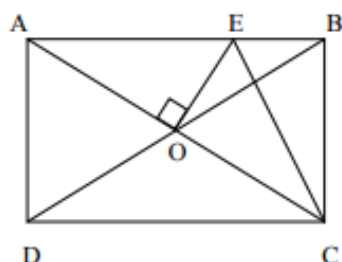
משולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים.  
 KLMN הוא מלבן.  
 נתון:  $AB = 20$  ס"מ,  $KL = 3$  ס"מ.  
 חשב את היקף ושטח המלבן KLMN.

**שאלה מספר 14:**



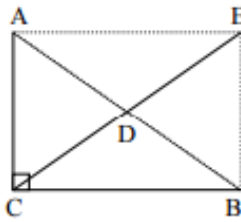
במעוין ABCD, AE חוצה זווית DAC,  
 CF חוצה זווית ACB (ראה ציור).  
 א. הוכח: המרובע AECF הוא מקבילית.  
 ב. נתון כי  $AK = KE$  ו  $CN = NF$ .  
 הוכח:  $\triangle ADKE \cong \triangle BNF$ .

**שאלה מספר 15:**



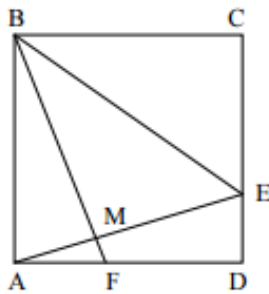
במלבן ABCD נתון:  $AC \perp OE$ ,  
 $OE = BE$  (ראה ציור).  
 הוכח:  
 א. משולש AEC ש"ש  
 ב.  $\triangle AEO \cong \triangle EBC$   
 ג. מרובע OEBC הוא דלתון.

שאלה מספר 16:



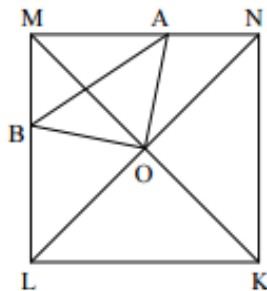
נתון משולש ABC ישר זווית ( $\angle C = 90^\circ$ ).  
 CD תיכון ליתר AB  
 הקטע DE הוא המשך התיכון, כך ש:  $CD = DE$ .  
 הוכח כי המרובע ACBE הוא מלבן.

שאלה מספר 17:



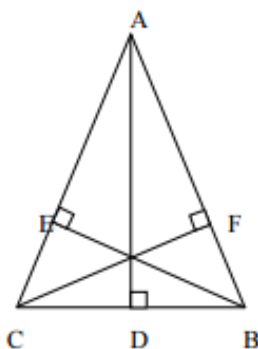
בריבוע ABCD נתון:  
 $CE = DF$ ,  $ME = BE \cdot \frac{1}{2}$  (ראה ציור).  
 א. הוכח:  $\angle CEM + \angle CBM = 180^\circ$   
 ב. הוכח:  $\angle ABF + \angle CBE = 60^\circ$

שאלה מספר 18:



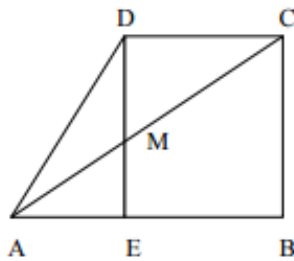
בריבוע KLMN שאלכסונו נפגשים בנקודה O  
 נתון כי  $\angle AOB = 90^\circ$  (ראה ציור).  
 א. הוכח:  $\triangle BMO \cong \triangle ANO$ .  
 ב. הוכח: המשולש  $\triangle AOB$  שווה שוקיים.  
 ג. נתון:  $AB = 2MB$ . מצא את זווית:  $\angle AON$ .

שאלה מספר 19:



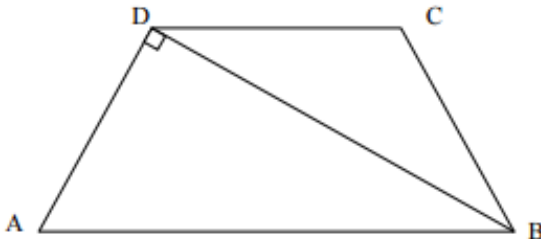
נתון משולש  $\triangle ABC$ .  
 AD הוא גובה לצלע BC,  
 BE הוא גובה לצלע AC,  
 CF הוא גובה לצלע AB.  
 נתון:  $CD = BD$ .  
 א. הוכח כי המשולש  $\triangle ABC$  שווה שוקיים.  
 ב. הוכח כי המרובע BCEF הוא טרפז שווה שוקיים.

**שאלה מספר 20 :**



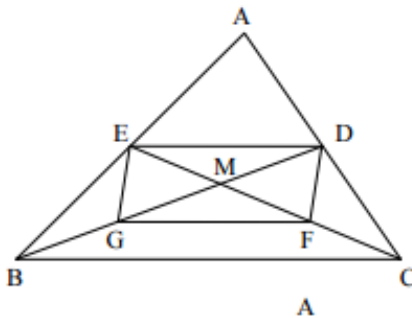
ABCD הוא טרפז ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ).  
 האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M.  
 נתון:  $DM = ME$ .  
 א. הוכח כי  $AE = EB$ .  
 ב. האנג מ-B לאלכסון AC חותך את האלכסון  
 בנקודה G. הוכח כי:  $GE = EB$ .

**שאלה מספר 21 :**



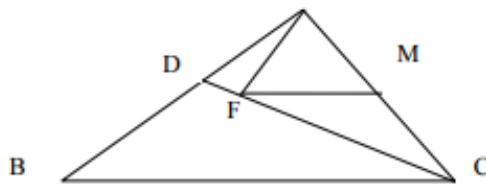
ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ( $BC = AD$ ).  
 BD מאונך ל AD.  
 BD הוא חוצה זווית CBA.  
 א. הוכח  $CB = DC = AD$ .  
 ב. חשב את זווית הטרפז.  
 ג. נתון  $AB = 10$  חשב את היקף הטרפז.

**שאלה מספר 22 :**



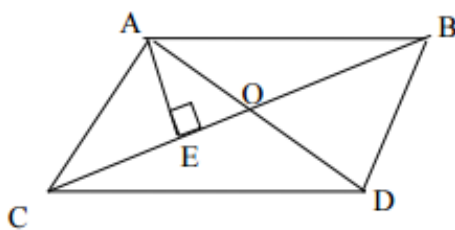
CE ו-BD התיכונים לצלעות AC ו-AB  
 במשולש ABC. התיכונים נפגשים בנקודה M.  
 הנקודה F היא אמצע הקטע MC  
 והנקודה G היא אמצע הקטע MB.  
 הוכח שהמרובע EDFG הוא מקבילית.

**שאלה מספר 23 :**



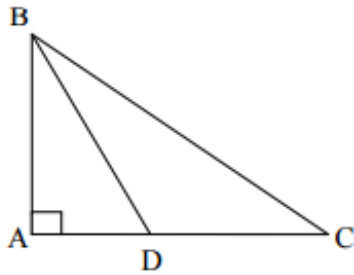
א. הוכח: אם במשולש התיכון לצלע שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה,  
 אזי המשולש הוא משולש ישר זווית.  
 ב. נתון משולש  $\triangle ABC$ .  
 CD חוצה זווית ACB ( $\angle C$ ). (ראה ציור).  
 $AM = MC$ . MF מקביל ל BC.  
 הוכח:  $\angle AFC = 90^\circ$ .

**שאלה מספר 24 :**



א. הוכח כי אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה.  
 ב. נתונה מקבילית ABCD.  
 הקטע BE חוצה את זווית DBC.  
 ומאונך לאלכסון AC ( $AC \perp BE$ ).  
 כמו כן נתון:  $BE = 4$ ;  $BC = 5$ .  
 חשב את אלכסוני המקבילית.

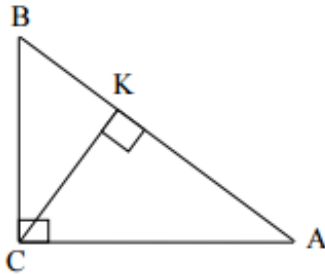




**שאלה מספר 25:**

BD חוצה הזווית B במשולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle A = 90^\circ$ )  
 נתון:  $\sphericalangle C = 30^\circ$ ,  $AD = x$

- א. חשב את זווית ABD  
 ב. הבע את AC באמצעות x.

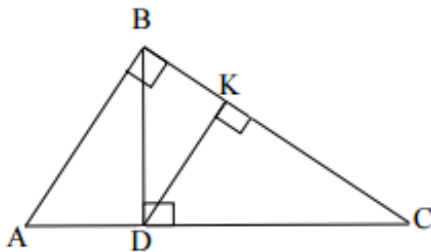


**שאלה מספר 26:**

CK הוא הגובה ליתר AB במשולש ישר זווית ABC ( $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ )  
 נתון:  $\sphericalangle A = 30^\circ$ ,  $AK = 12$

- א. מצא את זווית BCK  
 ב. חשב את אורך הקטע BK

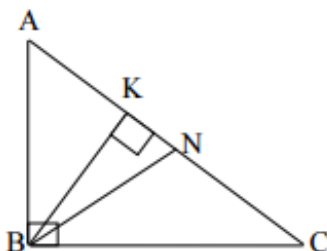
(הדרכה: סמן:  $BK = x$ )  
 והבע באמצעות x את הקטעים AB ו-BC)



**שאלה מספר 27:**

במשולש ABC נתון:  
 $\sphericalangle ABC = 90^\circ$   
 $BD \perp AC$   
 $DK \perp BC$   
 $\sphericalangle C = 30^\circ$   
 $DK = 6$

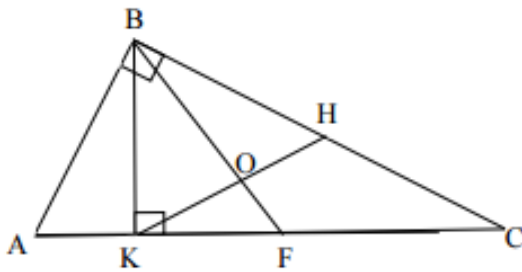
חשב את אורך הקטע AC.



**שאלה מספר 28:**

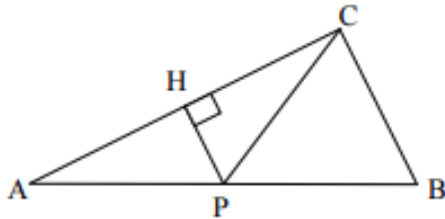
BK הוא הגובה ליתר AC ו-BN הוא התיכון ליתר AC במשולש ישר הזווית ABC ( $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ )  
 נתון:  $\sphericalangle C = \alpha$  ( $\alpha < 45^\circ$ )

הבע באמצעות  $\alpha$  את זווית KBN.



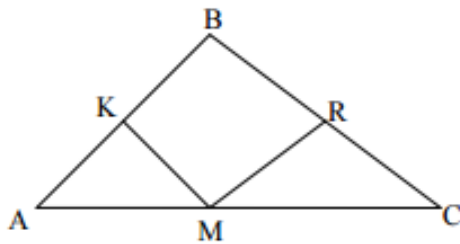
**שאלה מספר 29:**

BK הוא הגובה ליתר AC  
 ו-BF הוא התיכון ליתר AC  
 במשולש ישר זווית  $\angle ABC = 90^\circ$   
 הנקודה H היא אמצע BC  
 ו-BF ו-CH נחתכים בנקודה O.  
 הוכח:  $\angle BOK = 3 \angle ABK$



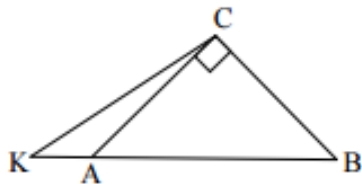
**שאלה מספר 30:**

במשולש ABC הנקודה P היא אמצע AB  
 הנקודה H היא אמצע AC  
 נתון:  $PH \perp AC$   
 הוכח: המשולש ABC הוא ישר זווית.



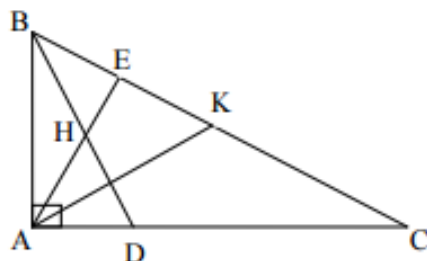
**שאלה מספר 31:**

M היא נקודה על הצלע AC במשולש ABC  
 הנקודות K ו-R הן בהתאמה  
 אמצעי הצלעות AB ו-BC.  
 נתון:  $MK = \frac{1}{2} AB$   
 הוכח:  $MR = \frac{1}{2} BC$



**שאלה מספר 32:**

המשולש ABC הוא ישר זווית ושווה שוקיים  
 $(AC = CB)$   
 הנקודה K נמצאת על המשך AB.  
 נתון:  $AB = KC$   
 חשב את זווית  $\angle KCA$ .



**שאלה מספר 33:**

המשולש ABC הוא ישר זווית  $(\angle BAC = 90^\circ)$   
 הנקודה K היא אמצע BC. הנקודה D נמצאת על AC.  
 הנקודה H היא אמצע BD.  
 הנקודה E היא חיתוך של BC עם המשך AH.  
 נתון:  $BD \perp AK$   
 הוכח:  $AE \perp BC$   
 (סמן:  $\angle C = x$  והבע בעזרת x את הזוויות BKA ו-EAK).

## אוסף שאלות אינטגרטיביות

1. הישרים AN ו-BK הם גרפים של הפונקציות :

2.  $Y=8-x$  ו-  $y=0.5x-4$ .

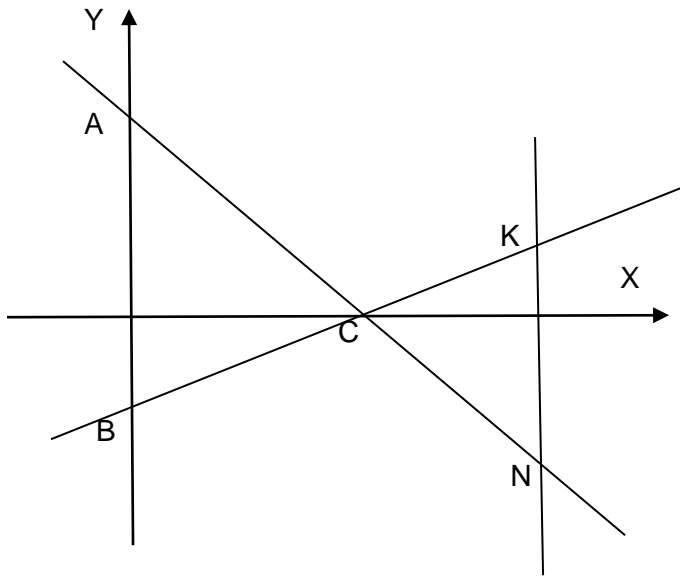
3. התאם נוסחה לישר ומצא את שעורי הנקודות: A, B, C.

4. נתון  $YK=1$   $XN=10$ . הוכח כי KN מאונך לציר ה-X.

5. הוכח:  $\Delta ABC \sim \Delta CKN$ .

6. חשב את יחס הדמיון.

7. חשב את AC.



8. הגרפים שבשרטוט הם הפונקציות:

$$Y=11-X$$

$$Y=0.5X+2$$

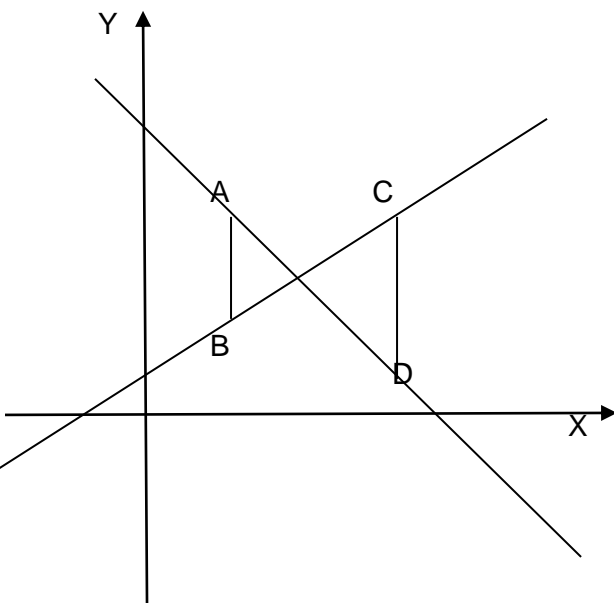
הקטעים AB ו-CD מקבילים לציר ה-y.

א. מצא את שעורי הנקודות:

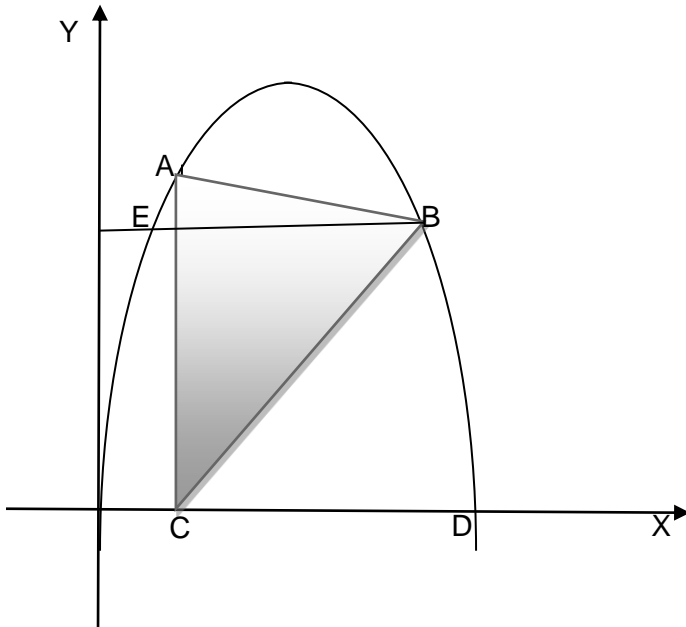
A, B, C, D

ב. הוכח ABDC טרפז ישר זווית.

ג. חשב את שטח הטרפז ABDC.



דווקא כשאנחנו הפי אבודים,  
אנחנו מוצאים את התברים האמיתיים שלנו  
שלנו



9. נתון גרף הפרבולה  $y = -x^2 + 6$

וישר AB:  $y = -x + 10$

א. מצא את שעורי הנקודות:

A, B, C, D, E

ב. מצא את שטח המשולש ABC.

ג. מצא את משוואת הישר AD.

ד. חשב את אורך BC.

10. המלבן שהיקפו צבוע באדום מחולק ל-24 ריבועים זהים.

בוחרים באקראי ריבוע, מה ההסתברות:

א. שבדיוק שתיים מצלעותיו

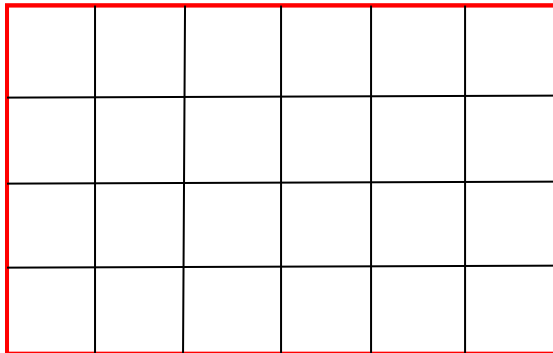
צבועות באדום? (ת'  $\frac{1}{6}$ )

ב. שבדיוק את מצלעותיו צבועה

באדום? (ת'  $\frac{1}{2}$ )

ג. שאף לא אחת מצלעותיו צבועה

באדום? (ת'  $\frac{1}{3}$ )



11. זורקים קוביית משחק הוגנת. אם הקוביה מראה מספר קטן מ-2 זוכים ב-100 ₪, אם הקובייה

מראה מספר המתחלק ב-3 זוכים ב-50 ₪ ובשאר המקרים לא זוכים בכלום..

זורקים את הקובייה פעמיים.

מה ההסתברות שנזכה ב-100 ₪? (ת'  $\frac{5}{18}$ )

12. מחיר חוברת נמוך ב-25% ממחירו של יומן.

מחירים של 2 חוברות ו-3 יומנים יחד הוא 170 ₪.

א. מצא את מחיר החוברת. (ת' 30 ₪)

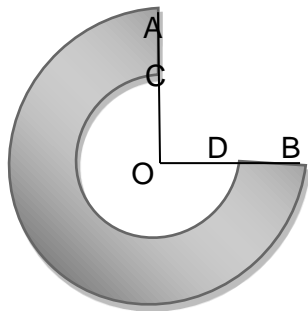
ב. מצא את מחיר היומן. (ת' 40 ₪)

ג. בכמה אחוזים נמוך מחירים של 4 חוברות ממחירים של 4 יומנים? (ת' ב-25%)

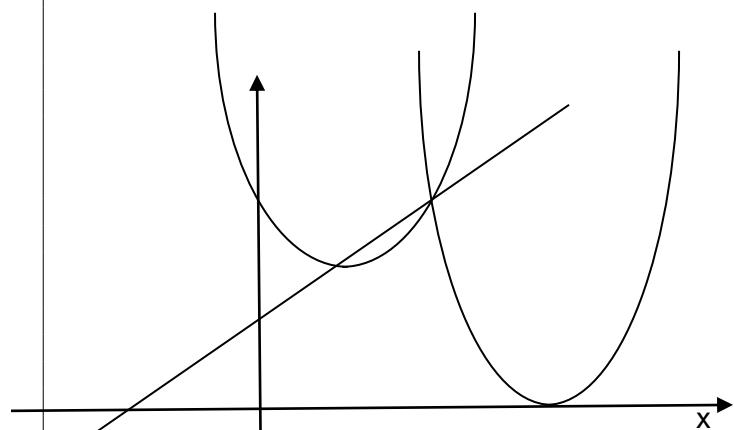
13. מחיר מחשב נמוך ב-20% ממחיר פלאפון. בכמה אחוזים גבוה מחיר הפלאפון ממחיר המחשב?  
 נמק! (ת' 25%)

14. סכום כסף חולק בין 3 אנשים. הראשון קיבל מחצית מהסכום הכולל פחות 1000 ₪, השני קיבל רבע מהסכום הכולל ועוד 500 ₪ והשלישי קיבל חמישית מהסכום הכולל ועוד 900 ₪.  
 א. מצא את הסכום שחולק בין השלושה. (ת' 8000 ₪).  
 ב. כמה כסף קיבל כל אחד מהם? (ת' 3000 ₪, 2500 ₪, 2500 ₪).  
 ג. מהו היחס בין סכומי הכסף שקיבלו שלושת האנשים? (ת' 6 : 5 : 5)

15. בונים קופסה בצורת תיבה שפתוחה מלמעלה. בסיס הקופסה ריבוע, גובה התיבה 24 ס"מ ונפחה 2400 סמ"ק.  
 א. מצא את אורך בסיס התיבה. (ת' 10 ס"מ)  
 ב. מצא את עלות הקופסה אם ידוע שכל סמ"ר של חומר ממנו בנוי הבסיס עולה 12 ₪ וכל סמ"ר של חומר ממנו בנויים הדפנות עולה 8 ₪. (ת' 8800 ₪).



16. הצורה שלפניכם היא חלק מטבעת הנמצאת בין שני מעגלים שרדיוסם 10 ס"מ ו-5 ס"מ.  
 מצא את שטח הטבעת והיקפה.  
 (ת' שטח 56.25 סמ"ר, היקף  $22.5\pi + 10$  ס"מ)



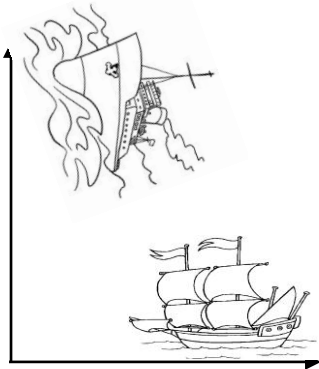
17. הפרבולות שבשרטוט הן:

$$y = 4(x - 4)^2$$

$$y = x^2 - 3x + 4$$

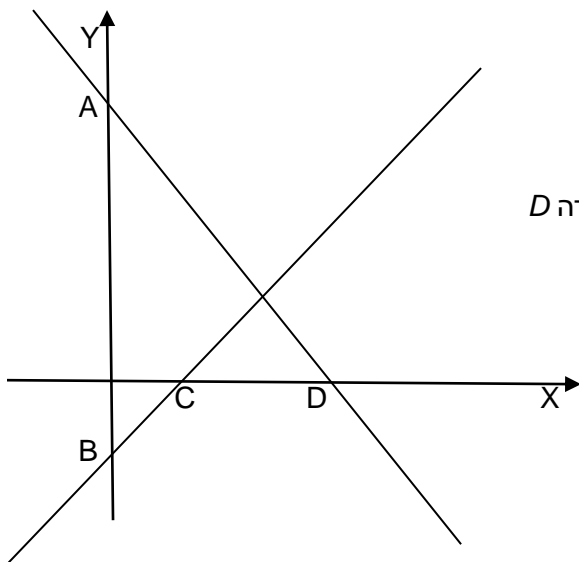
הישר שבשרטוט עובר דרך נקודת החיתוך של הפרבולות וחותר את ציר ה-y בנקודה שבה  $y=1$ .

- א. התאם נוסחה לפרבולה.
- ב. מצא את משוואת הישר (ת'  $y=x+1$ )
- ג. מצא את שטח המשולש היותר הישר עם הצירים. (0.5 יח"ר)



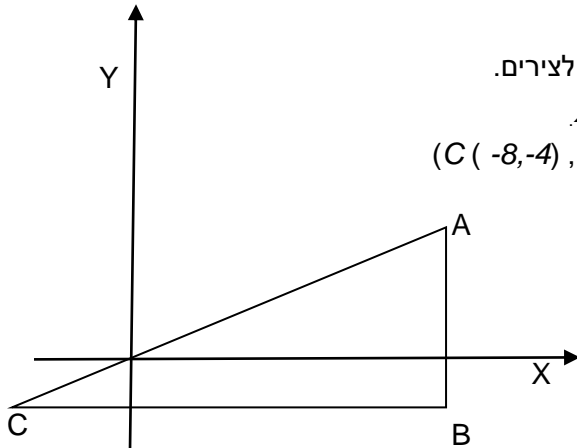
18. שתי ספינות יצאו בו זמנית מאותה נקודה. אחת שטה מזרחה והשנייה צפונה. מהירות ספינה אחת גדולה פי  $1\frac{1}{3}$  ממהירות הספינה השנייה. כעבור 30 דקות המרחק בין שתי הספינות 20 ק"מ. מצא את מהירות כל אחת מהספינות.

19. משאית נסעה מדימונה לאילת מרחק של 75 ק"מ. 15 דקות לאחר מכן יצאה מונית מדימונה לאילת במהירות של 90 קמ"ש. המונית השיגה את המשאית וחזרה מיד לדימונה. המשאית הגיעה לאילת ברגע שהמונית הגיעה חזרה לדימונה. מצא את מהירות המשאית. (ת' 60 קמ"ש).



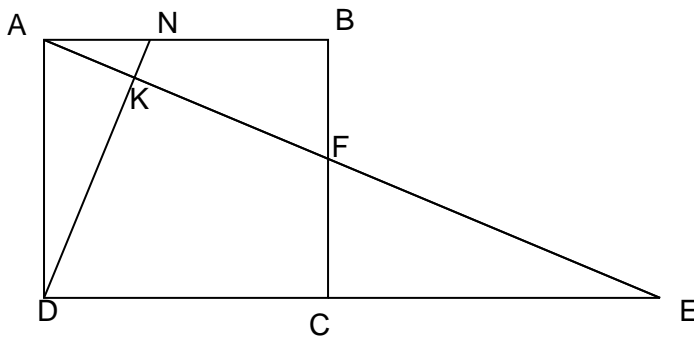
20. הישרים  $AD$  ו- $BC$  הם גרפים של הפונקציות:  
 $Y = -2x + 20$  ,  $y = 3x - 15$   
 א. התאם נוסחה לישר.  
 ב. מצא את משוואת הישר המקביל ל- $BC$  ועובר בנקודה  $A$ . (ת'  $y = 3x + 20$ )  
 ג. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה  $D$  ומקביל לישר  $BC$  (ת'  $y = 3x + 30$ )

21. גרף הפונקציה  $y = -x^2 + c$  עובר בנקודה  $(1, 8)$ .
- מצא את משוואת הפרבולה. (ת'  $y = -x^2 + 9$ )
  - מצא את שעורי קודקוד הפרבולה. (ת'  $(0, 9)$ )
  - מצא את התחום החיובי והשלילי של הפרבולה. (ת' חיובית  $-3 < x < 3$ , שלילית  $x > 3$  או  $x < -3$ )



22. במערכת צירים נתון משולש ישר זווית שניצביו מקבילים לצירים.
- כמו כן נתון  $A(6, 3)$ ,  $AC$  עובר בראשית ו- $X_c = -8$ .
- מצא את שעורי הנקודות  $B$  ו- $C$ . (ת'  $B(6, -4)$ ,  $C(-8, -4)$ )
  - מצא את שטח המשולש  $ABC$ . (ת' 49 יח"ר)

23. נתון  $ABCD$  ריבוע. הנקודות  $N$  ו- $F$  נמצאות על הצלעות  $AB$  ו- $BC$  בהתאמה. הנקודה  $E$  נמצאת על המשך  $DC$ . הנקודה  $K$  היא מפגש הקטעים  $AE$  ו- $DN$ .

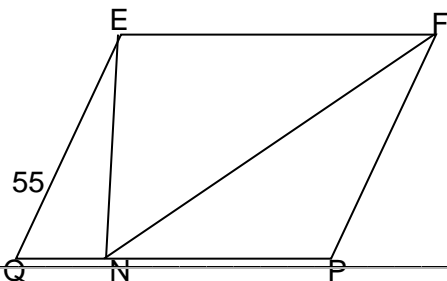


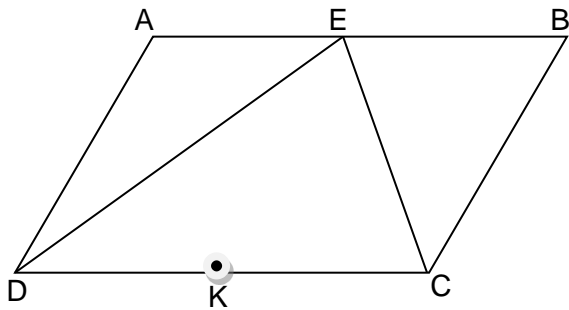
כמו כן נתון:  $AN = BF$ .

הוכח:

- $\triangle AND \cong \triangle ABF$
- $\angle AKN = 90^\circ$
- $\triangle AKN \sim \triangle DKE$
- $\triangle AKD \sim \triangle EFC$

24. מרובע  $EFPQ$  הוא מקבילית ששטחו 120 מ"ר,  $FN = 17$  מ"ס.
- סמן את  $EN$  ב- $X$  ואת  $EF$  ב- $y$  ומצא את  $X$  ואת  $y$ . ( $X = 8$ ,  $y = 15$ )
  - נתון היקף  $EFPQ$  שווה ל-50 ס"מ. חשב את  $DF$ . (ת' 6 ס"מ)





25. נתונה מקבילית ABCD .

$$BC=AE=EB$$

הוכח:

א.  $\angle ADC$  חוצה זווית DF .

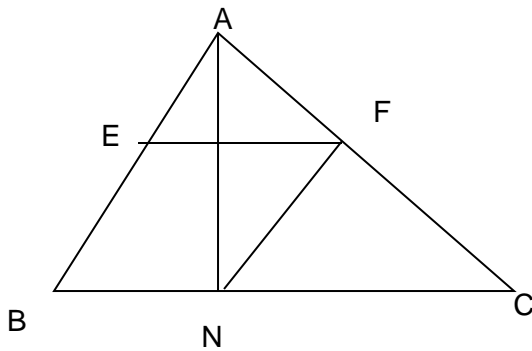
ב.  $\angle DEC = 90^\circ$

ג. נתון: K אמצע DC .

הוכח:  $EK = \frac{1}{2}DC$  בשתי דרכים:

1. באמצעות תכונות המקבילית.

2. באמצעות תכונות משולש ישר זווית.



26. במשולש ABC ,  $AB=AC$  .

AN חוצה  $\angle BAC$

$$EF \parallel BC , \quad AF \parallel AB$$

הוכח:

א. EFNB מקבילית.

ב. נתון:  $AF=6$  . חשב את EB . (ת' 6 ס"מ)

ג. נתון היקף משולש ACB הוא 34 ס"מ .

חשב את היקף המקבילית EFNB .



## דף נוסחאות

$$y = mx + b$$

פונקציה קווית

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

שיפועו של קו ישר העובר בנקודות  $(x_1, y_1)$  ו-  $(x_2, y_2)$

חוקי חזקות

$$a^m a^k = a^{m+k}$$

$$\frac{a^m}{a^k} = a^{m-k} \quad (a \neq 0)$$

$$(a^m)^k = a^{m \cdot k}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad (a \neq 0)$$

נוסחאות הכפל המקוצר

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

פונקציה ריבועית

$$x = \frac{-b}{2a}$$

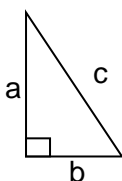
קודקוד הפרבולה

$$a \neq 0 \quad ax^2 + bx + c = 0$$

משוואה ריבועית

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

נוסחת השורשים



$$a^2 + b^2 = c^2$$

משפט פיתגורס

$$2 \cdot \pi \cdot r \quad \text{היקף מעגל:}$$

$$\pi \cdot r^2 \quad \text{שטח עיגול:}$$

## רשימת משפטים בגאומטריה

### המשפטים

1. זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- $180^\circ$ .
2. זוויות קדקודיות שוות זו לזו.
3. במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.
4. במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.
5. סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
6. במשולש שווה שוקיים, חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
7. אם במשולש חוצה זווית הוא גובה, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
8. אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
9. אם במשולש גובה הוא תיכון, אז המשולש הוא שווה שוקיים.
10. במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זווית גדולה יותר.
11. במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.
12. סכום הזוויות של משולש הוא  $180^\circ$ .
13. זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
14. קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
15. ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.
16. קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.
17. משפט חפיפה ז.ז.צ.
18. משפט חפיפה ז.צ.ז.
19. משפט חפיפה צ.צ.צ.
20. משפט חפיפה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים.
21. האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון השני ומאונך לו.
22. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, אז שני הישרים מקבילים.
23. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות אז שני הישרים מקבילים.
24. שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא  $180^\circ$  אז שני הישרים מקבילים.
25. אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז:
  - א. כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
  - ב. כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
  - ג. סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא  $180^\circ$ .
26. במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
27. במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
28. במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
29. מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
30. מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.

31. מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
32. מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
33. במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.
34. מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.
35. במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
36. מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
37. אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
38. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
39. בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
40. טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
41. בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
42. טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
43. קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
44. בטרפז, ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה..
45. משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית, סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
46. במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
47. משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.
48. אם במשולש ישר זווית, זווית חדה של  $30^\circ$ , אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.
49. אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זווית שגודלה  $30^\circ$ .
50. משפט דמיון ז.ז.
51. במשולשים דומים:
- א. יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.

